

# **ANÁLISE DE ISOLADORES DE VIBRAÇÃO USADOS EM REFRIGERADORES**

Dissertação submetida ao Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia  
Mecânica da Universidade Federal de  
Santa Catarina para a obtenção do  
Grau de Mestre em Engenharia  
Mecânica.

Orientador: Prof. Arcanjo Lenzi, Ph.D.

Florianópolis

2013

Vendrami, Carlos Eduardo

Análise de Isoladores de Vibração usados em  
Refrigeradores / Carlos Eduardo Vendrami ; orientador,  
Arcanjo Lenzi - Florianópolis, SC, 2013.  
145 p.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa  
Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Mecânica.

Inclui referências

1. Engenharia Mecânica. 2. Compressores Recíprocos. 3.  
Borracha . 4. Isoladores de vibração. 5. Análise Dinâmica.  
I. , Arcanjo Lenzi. II. Universidade Federal de Santa  
Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.  
III. Título.

Carlos Eduardo Vendrami

## **ANÁLISE DE ISOLADORES DE VIBRAÇÃO USADOS EM REFRIGERADORES**

Esta Dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de “Mestre em Engenharia Mecânica” e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Florianópolis, 25 de Outubro de 2013.

---

Prof. Armando Albertazzi Gonçalves Jr., Dr.Eng.  
Coordenador do Curso

### **Banca Examinadora:**

---

Prof. Arcanjo Lenzi, Ph.D.  
Orientador  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Roberto Jordan, Dr.Eng.  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Guilherme M. de O. Barra, Dr.Eng.  
Universidade Federal de Santa Catarina

---

Prof. Fabio Fiates, Dr.Eng.  
Universidade do Sul de Santa Catarina





Este trabalho é dedicado aos meus queridos pais, Egidio Vendrami e Crista Elert Vendrami.



## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço, antes de qualquer coisa, a Deus, pela vida.

Aos meus pais, Egidio e Crista, por todo amor e carinho, pelas orações e pelo encorajamento.

À minha família, por ser minha fortaleza em momentos difíceis.

Aos meus amigos, vivendo próximos a mim ou não, pelos bons momentos e pela força.

Ao Aldren, à Cuky e à Juçara, pela maneira como me acolheram inúmeras vezes em seus lares em Florianópolis.

À Escola Barão do Rio Branco, à UFSC e ao INSA-Lyon, pela minha formação acadêmica.

Ao Laboratório de Vibrações e Acústica e, em especial, ao Professor Arcanjo Lenzi, PhD, ao pesquisador Olavo Silva e ao estagiário Murilo Santos, por todo o conhecimento e auxílio compartilhados.

A toda equipe da EMBRACO e, em especial: Douglas, Doglas, Claudio, Edson, Mannes, Leandro, Hofmann, Marcos, Cristiano, Mikio, Nardelli, Schissatti, Fabrício Possamai, Wagner e Maciel.

Muito obrigado!



Nossos sonhos realizam-se à medida que avançamos num veículo feito de persistência, com motor movido à coragem e com a força de vontade rodando no lugar dos pneus.

Michele Bertoletti



## RESUMO

Os consumidores de bens domésticos, tais como condicionadores de ar, aspiradores de pó, refrigeradores e máquinas de lavar, têm se tornado nos últimos anos mais exigentes no tocante ao conforto acústico. No mercado de refrigeração, fabricantes atualmente investem em projetos de controle do ruído dos seus produtos, seja para mitigar eventuais problemas de qualidade, ou para atender requisitos de legislação. Num refrigerador, a vibração de baixa frequência produzida pelo compressor é uma das principais responsáveis pelo ruído final. Esta é transmitida por vários caminhos até o seu respectivo gabinete, que por sua vez irradia ruído. O presente estudo analisou os isoladores de vibração utilizados entre a placa base do compressor e a do refrigerador, primeiramente caracterizando o material com o qual estes são constituídos. Utilizando-se das propriedades do material, criou-se um modelo em elementos finitos para análise do comportamento vibratório deste isolador. Com base na excitação imposta pelo mecanismo de um compressor recíproco, no modelo de corpo rígido do compressor, na resposta dinâmica de um isolador e nas impedâncias das tubulações, foi possível modelar um gabinete simplificado e otimizar o isolador de vibração de forma a reduzir o ruído de baixa frequência de um sistema de refrigeração.

**Palavras-chave:** Compressores Recíprocos, Borracha, Isoladores de vibração, Análise Dinâmica.





## ABSTRACT

Customers of domestic goods, such as air conditioners, vacuum cleaners, refrigerators and washing machines, have recently become more exigent in respect to the acoustic comfort. Nowadays, in the refrigeration market, manufacturers are investing in noise control for their products either to mitigate the quality problems or to respect the standards that the governments create. In a refrigerator, the low frequency vibration produced by the compressor is one of the main components of the final noise. This vibration is transmitted by several paths until it reaches the cabinet of the refrigeration system that radiates the noise. This study evaluated the vibration isolators used between the base plate of the compressor and the base plate of the refrigerator. Initially, the properties of these isolators were characterized. With these data, it was created a finite elements model to analyze the vibratory behavior of this component. Using the excitation imposed by the mechanism of a reciprocating compressor, the rigid body model of this compressor, the dynamic response of a vibration isolator and the impedances of the refrigerator tubing, it was possible to model a simplified refrigerator cabinet and to optimize the isolator in order to reduce the low frequency noise of this refrigerator.

**Keywords:** Reciprocating Compressors, Rubber, Vibration isolators, Dynamic Analysis.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Circuito de refrigeração. Fonte: Ferraz (2009).	2
Figura 1.2 – Isolador de vibração de borracha de um refrigerador.	2
Figura 1.3 – Resultado comparativo de ruído em aplicação para compressor funcionando na frequência de 60Hz.	4
Figura 2.1 – Curvas tensão x deformação para compostos diferentes de borracha (CAETANO, 2011).	7
Figura 2.2 – Variação do módulo e do fator de perda com a temperatura, para uma frequência constante (ISTVAN, BERANEK, 2006).	8
Figura 2.3 – Nomográfico de propriedades da borracha. À direita, vê-se uma relação entre E (módulo de elasticidade) e Duro. (Dureza Shore A). Harris (1976).	9
Figura 2.4 – Exemplo de aparato de Oberst. Adaptado de Méthode de Oberst, Wikipedia (2011).	11
Figura 2.5 – Aparato utilizado para medição das propriedades do Material 1 através do uso de viga de Oberst.	13
Figura 2.6 – Câmara climatizada para medição de propriedades dos materiais.	14
Figura 2.7 – Resultado das medições das propriedades do Material 1 utilizando vigas de Oberst.	15
Figura 2.8 – Algumas vigas utilizadas para as técnicas de caracterização que utilizam vibração de vigas (ASTM 0756-05, 2005).	16
Figura 2.9 – Resultado das medições das propriedades do Material 1 utilizando vigas sanduíche.	17
Figura 2.10 – Esquema da medição das propriedades da borracha via sistema de um grau de liberdade.	19
Figura 2.11 – Representação do modo na direção Z do sistema massa de aço e batoque de borracha excitado durante experimentos.	20
Figura 2.12 – Resposta em frequência numérica do sistema bloco de aço e batoque de borracha pequeno.	21
Figura 2.13 – Experimento para medição de propriedades.	23
Figura 2.14 – Magnitude do Módulo de Young em função da frequência para várias temperaturas (ASTM E0756-05, 2005).	24
Figura 2.15 – Fator de Perda em função da frequência para várias temperaturas (ASTM E0756-05, 2005).	24
Figura 2.16 – <i>Wicket Plot</i> (ISO 10112, 1991).	25
Figura 2.17 – Gráfico típico do fator de deslocamento pela temperatura (ANSI S2.24-2001, 2001).	28
Figura 2.18 – Exemplo de nomograma de frequência reduzida (MEDEIROS JUNIOR, 2010).	28
Figura 2.19 – Resposta em Frequência obtida do PULSE.	29
Figura 2.20 – Nomograma de frequência reduzida para o Material 1.	34
Figura 2.21 – Nomograma de frequência reduzida para o Material 2.	35
Figura 2.22 – Nomograma de frequência reduzida para o Material 3.	36

Figura 2.23 – Resposta do batoque pequeno de Material 1 sob a massa M3 a 25°C.....	37
Figura 2.24 – Resposta do batoque pequeno de Material 1 sob a massa M4 a 25°C.....	37
Figura 2.25 – Resposta do batoque grande de Material 2 sob a massa M2 a 25°C.....	38
Figura 2.26 – Resposta do batoque pequeno de Material 3 sob a massa M3 a 25°C.....	38
Figura 2.27 – Resposta do batoque pequeno de Material 3 sob a massa M4 a 25°C.....	38
Figura 2.28 – Resposta do batoque grande de Material 2 sob a massa M2 a 0°C.....	39
Figura 2.29 – Resposta do batoque grande de Material 2 sob a massa M2 a 50°C.....	39
Figura 2.30 – Resposta do batoque pequeno de Material 2 sob a massa M4 a 50°C.....	39
Figura 2.31 – Figura do dispositivo que mede rigidez.....	40
Figura 2.32 – Batoque grande.....	41
Figura 2.33 – Modelo numérico desenvolvido em <i>ANSYS 11.0</i> (na superfície superior há apenas deslocamento em $-Z$ ).....	41
Figura 2.34 – Deformação de 1mm do batoque grande.....	42
Figura 2.35 – Curva de Força x deformação para batoque de Material 1.....	43
Figura 2.36 – Curva de Força x deformação para batoque de Material 2.....	43
Figura 2.37 – Curva de Força x deformação para batoque de Material 3.....	43
Figura 3.1 – Foto do bloco de aço usado para validação do modelo de isolador, montado sobre isolador 1.....	45
Figura 3.2 – Placa base soldada ao bloco de aço.....	46
Figura 3.3 – Representação esquemática do isolador 1.....	46
Figura 3.4 – Representação esquemática do isolador 2.....	47
Figura 3.5 – Representação esquemática do isolador cortado.....	47
Figura 3.6 – Esquema – modelo em elementos finitos para cálculo de rigidez dos isoladores.....	48
Figura 3.7 – Isolador 1, com parte do isolador usada na Máquina Universal de Ensaios (esquerda) e parte cortada (direita).....	49
Figura 3.8 – Isolador 2, com isolador intacto (esquerda), parte cortada (centro) e parte usada na Máquina Universal de Ensaios (direita).....	49
Figura 3.9 – Comparação curvas numérica e experimental de Força de reação na base em função da deformação na superfície do Isolador 1 (Material 1).....	49
Figura 3.10 – Comparação curvas numérica e experimental de Força de reação na base em função da deformação na superfície do Isolador 2 (Material 2).....	50
Figura 3.11 – Corpo Rígido (HARRIS; PIERSOL, 2002).....	51
Figura 3.12 – Sistema de coordenadas para o movimento de um corpo rígido (HARRIS; PIERSOL, 2002).....	52
Figura 3.13 – Corpo rígido suportado por elementos resilientes (HARRIS; PIERSOL, 2002).....	53

Figura 3.14 – Bloco de aço montado sobre o isolador 2.....	57
Figura 3.15 – Translação longitudinal do sistema com isolador 2.....	61
Figura 3.16 – Translação transversal do sistema com isolador 2.....	61
Figura 3.17 – Translação superior do sistema com isolador 2.....	61
Figura 3.18 – Rotação longitudinal do sistema com isolador 2.....	62
Figura 3.19 – Rotação transversal do sistema com isolador 2.....	62
Figura 3.20 – Rotação superior do sistema com isolador 2.....	62
Figura 3.21 – Modelo do conjunto.....	65
Figura 3.22 – Curvas obtidas a partir do modelo numérico do sistema bloco + isolador 2.....	65
Figura 3.23: (A) Avaliação da translação longitudinal do sistema. (B) Avaliação da translação transversal do sistema.....	67
Figura 3.24: (A) Avaliação da translação superior do sistema. (B) Avaliação da rotação longitudinal do sistema.....	67
Figura 3.25: (A) Avaliação da rotação transversal do sistema. (B) Avaliação da rotação superior do sistema.....	67
Figura 3.26 – Curva típica obtida para a translação superior do sistema com isolador 2.....	68
Figura 3.27 – Curva típica obtida de coerência (para medição da frequência natural de corpo rígido translação superior do sistema com isolador 2, entre os sinais de aceleração do bloco e de força do martelo).....	70
Figura 3.28 – Curva típica obtida de coerência (para medição da frequência natural de corpo rígido translação superior do sistema com isolador 2 colado à base, entre os sinais de aceleração do bloco e de força do martelo). ....	72
Figura 3.29 – Montagem utilizada para validação do modelo numérico do isolador colado sobre uma base.....	73
Figura 3.30 – Diagrama do sistema de medição.....	74
Figura 3.31 – Foto do experimento montado.....	75
Figura 3.32 – Espectro de excitação aleatória.....	75
Figura 3.33 – Comparação curva de resposta excitando-se no ponto E4 e medindo-se resposta no ponto 6 – translação longitudinal (direção W). ....	76
Figura 3.34 – Comparação curva de resposta excitando-se no ponto E2 e medindo-se resposta no ponto 3 – translação transversal (direção X). ....	76
Figura 3.35 – Comparação curva de resposta excitando-se no ponto E3 e medindo-se resposta no ponto 5 – rotação superior (direção X).....	77
Figura 3.36 – Comparação curva de resposta excitando-se no ponto E5 e resposta no ponto 4 – translação superior e rotação transversal (direção V). ....	77
Figura 3.37 – Fotos tiradas com câmera de alta velocidade de experimento em que se excitou modo de translação longitudinal do conjunto.....	79
Figura 3.38 – Condição de contorno aplicada na base dos isoladores para se modelar isolador apoiado numa base rígida.....	80
Figura 3.39 – Deformada – modo de translação longitudinal (direção W).....	82
Figura 3.40 – Deformada – modo de rotação superior (direção V). ....	82
Figura 3.41 – Comparação curva de resposta excitando-se no ponto E4 e medindo-se resposta no ponto 6 – translação longitudinal (direção W). ....	83

Figura 3.42 – Comparação curva de resposta excitando-se no ponto E2 e medindo-se resposta no ponto 3 – translação transversal (direção X). .....	84
Figura 3.43 – Comparação curva de resposta excitando-se no ponto E3 e medindo-se resposta no ponto 5 – translação transversal e rotação superior (direção X). .....	84
Figura 3.44 – Comparação curva de resposta excitando-se no ponto E5 e medindo-se resposta no ponto 4 – translação superior e rotação transversal a (direção V). .....	85
Figura 4.1 – Montagem das equações de movimento, conforme De Silva (2005). .....	88
Figura 4.2 – Sistema de seis graus de liberdade. Fonte: De Silva (2005). .....	91
Figura 4.3 – Compressor Recíproco Hermético – Sistema de doze graus de liberdade. Adaptado de De Silva (2005). .....	92
Figura 4.4 – Modelo geométrico do compressor. ....	93
Figura 4.5 – Componentes flexíveis do modelo híbrido do compressor. ....	94
Figura 4.6: (A) Modo de Translação Superior do kit. (B) Modo de Rotação Superior do kit. ....	96
Figura 4.7: (A) Modo de Translação Longitudinal da carcaça. (B) Modo de Rotação Longitudinal da carcaça. ....	96
Figura 4.8 – Aplicação de deslocamento na análise estática do isolador. ....	97
Figura 4.9 – Modelo numérico alternativo do compressor para análise dos modos de corpo rígido do mesmo. ....	98
Figura 4.10 – Comprimento e disposição das molas que representam o isolador. ....	98
Figura 4.11 – Compressor cujas frequências naturais de corpo rígido foram avaliadas experimentalmente. ....	101
Figura 4.12 – Martelo de impactação e ponteira usados nos experimentos. ....	101
Figura 4.13 – Janelas utilizadas durante os experimentos. ....	102
Figura 4.14 – Extração das frequências naturais de corpo rígido de translação (A) longitudinal, (B) transversal e (C) superior da carcaça. ....	103
Figura 4.15 – FRF que mostra translação longitudinal da carcaça. ....	103
Figura 4.16 – FRF que mostra translação superior da carcaça. ....	104
Figura 4.17 – Extração das frequências naturais de corpo rígido de translação (A) longitudinal, (B) transversal e (C) superior do kit. ....	106
Figura 4.18 – FRF que mostra translação superior do kit. ....	106
Figura 4.19 – FRF que mostra rotação transversal do kit. ....	107
Figura 4.20 – Modelo proposto para a análise de um mecanismo de pistão único (adaptado de European Food Service). ....	109
Figura 4.21 – posição do acelerômetro sobre o bloco do compressor: ....	112
Figura 4.22 – Espectros de aceleração do bloco próximo ao mancal principal do compressor. ....	113
Figura 4.23 – Amplitude e fase das funções resposta em frequência em função do deslocamento na direção longitudinal. Resultado Experimental. ....	114
Figura 4.24 – modelo multicorpos para análise harmônica numérica (o isolador C não está aparecendo na figura mas é simétrico ao isolador B). ....	115

Figura 4.25 – Curvas de amplitude da força de reação na base para cada um dos quatro isoladores. ....	116
Figura 4.26 – Experimento para validar modelo multicorpos da Seção 4.3.2. ....	117
Figura 4.27 – Posicionamento dos transdutores de força uniaxiais. ....	118
Figura 4.28 – Amplitude do Espectro de Força Transmitida pelos isoladores. Resultado Experimental. ....	118
Figura 4.29 – Comparação entre os espectros numérico e experimental de força transmitida pelo isolador A. ....	119
Figura 4.30 – Comparação entre os espectros numérico e experimental de força transmitida pelo isolador A, na faixa de 20 a 200Hz. ....	120
Figura 4.31 – Comparação entre os espectros numérico e experimental de força transmitida pelo isolador B, na faixa de 20 a 200Hz. ....	120
Figura 4.32 – Comparação entre os espectros numérico e experimental de força transmitida pelo isolador C, na faixa de 20 a 200Hz. ....	121
Figura 4.33 – Comparação entre os espectros numérico e experimental de força transmitida pelo isolador D, na faixa de 20 a 200Hz. ....	121
Figura 5.1 – Parâmetros a serem otimizados. ....	123
Figura 5.2 – Parâmetros do GA. ....	125
Figura 5.3 – <i>Layout</i> do programa feito no <i>modeFRONTIER</i> para a otimização de isoladores. ....	126
Figura 5.4 – Valor da 12ª frequência natural de corpo rígido. ....	127
Figura 5.5 – Ferramenta <i>Parallel Coordinates</i> . ....	127
Figura 5.6 – Isolador 2 (esquerda) e o isolador otimizado (direita). ....	128
Figura 5.7 – Comparação da transmitida pelo isolador A entre isoladores referência e otimizado. ....	130
Figura 5.8 – Comparação da transmitida pelo isolador D entre isoladores referência e otimizado. ....	130
Figura A.1 – Elemento <i>MASS21</i> . ....	141
Figura A.2 – Elemento <i>SOLID185</i> . ....	142
Figura A.3 – Elemento <i>SOLID186</i> . ....	143
Figura A.4 – Elemento <i>SOLID187</i> . ....	145





## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Dimensões dos batoques de borracha.....	20
Tabela 2.2 – Características dos blocos de aço. ....	22
Tabela 2.3 – Dados para nomograma: Material 1, batoque pequeno, massa M3. .....	30
Tabela 2.4 – Dados para nomograma: Material 1, batoque pequeno, massa M4. .....	30
Tabela 2.5 – Dados para nomograma: Material 2, batoque grande, massa M2. 31	
Tabela 2.6 – Dados para nomograma: Material 2, batoque pequeno, massa M4. .....	31
Tabela 2.7 – Dados para nomograma: Material 3, batoque grande, massa M2. 31	
Tabela 2.8 – Dados para nomograma: Material 3, batoque pequeno, massa M3. .....	32
Tabela 2.9 – Dados para nomograma: Material 3, batoque pequeno, massa M4. .....	32
Tabela 2.10 – Dados para nomograma: Material 3, batoque grande, massa M3. .....	32
Tabela 2.11 – Temperatura de transição para os materiais (GENT, 2001)......	33
Tabela 2.12 – Rigidez e módulo de elasticidade estáticos dos materiais avaliados.....	44
Tabela 3.1 – Rigidez estática dos isoladores 1 e 2.....	48
Tabela 3.2 – Propriedades dos Materiais. ....	58
Tabela 3.3 – Frequências naturais de corpo rígido do sistema estudado com o isolador 1, de material 1.....	60
Tabela 3.4 – Frequências naturais de corpo rígido do sistema estudado com o isolador 2, de material 2.....	60
Tabela 3.5 – Posição da base dos acelerômetros.....	64
Tabela 3.6 – Posição da excitação, normal à face em que está aplicada.....	64
Tabela 3.7 – Frequências naturais amortecidas e fator de perda para sistema montado com isolador 1, fabricado com material 1.....	69
Tabela 3.8 – Frequências naturais amortecidas e fator de perda para sistema montado com isolador 2, fabricado com material 2.....	69
Tabela 3.9 – Frequências naturais amortecidas e fator de perda para sistema montado com isolador 1, com cola entre placa base e isolador e isolador e base rígida. ....	71
Tabela 3.10 – Frequências naturais amortecidas e fator de perda para sistema montado com isolador 2, com cola entre placa base e isolador e isolador e base rígida. ....	71
Tabela 3.11 – Frequências naturais amortecidas e fator de perda para sistema montado com isolador 1, sem cola.....	81
Tabela 3.12 – Frequências naturais amortecidas e fator de perda para sistema montado com isolador 2, sem cola.....	81
Tabela 4.1 – Massa dos componentes constituintes do compressor estudado. ...	93
Tabela 4.2 – Propriedades dos materiais dos componentes flexíveis. ....	94

Tabela 4.3 – Frequências naturais de corpo rígido do compressor estudado.....	96
Tabela 4.4 – Frequências naturais de corpo rígido calculadas usando Análise Modal Completa e Análise Modal Simplificada.....	100
Tabela 4.5 – Frequências naturais de corpo rígido calculadas numericamente para compressor montado com e sem tampa. ....	105
Tabela 4.6 – Frequências naturais de corpo rígido do compressor apresentado na Figura 4.11 montado sobre isolador 2 (de material 2), apoiado numa base plana rígida. ....	107
Tabela 5.1 – Diferenças geométricas entre o isolador 2 e o isolador otimizado. ....	128
Tabela 5.2 – Frequências naturais de corpo rígido – análise modal numérica. ....	129

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

Cos – Cosseno

Sen – Seno

FEM – Método dos Elementos Finitos

FRF – Função Resposta em Frequência

AG – Algoritmo Genético

ACC – Acelerômetro que mede resposta do conjunto massa de aço mais batoque de borracha, no topo do bloco de aço

ACC1 – Acelerômetro que mede resposta do conjunto massa de aço mais batoque de borracha, na base do conjunto

ACC2 – Acelerômetro que mede resposta do conjunto massa de aço mais batoque de borracha, na base do conjunto

Freq. Amort. – Frequência natural amortecida

3D – Tridimensional



## LISTA DE SÍMBOLOS

$E$	Módulo de elasticidade	[Pa]
$G$	Módulo de cisalhamento	[Pa]
$\eta$	Fator de perda	[%]
$\nu$	Coefficiente de Poisson	
$E_b$	Módulo de elasticidade do material da viga base	[Pa]
$\eta_b$	Fator de perda do material da viga base	[%]
$\rho_b$	Densidade do material da viga base	[kg/m <sup>3</sup> ]
$L$	Comprimento da viga base	[m]
$f_n$	Frequência natural do modo n da viga base	[Hz]
$H$	Espessura da viga base	[m]
$C_n$	Coefficiente do modo n de uma viga engastada-livre	
$\Delta f_n$	Banda de meia potência do modo n da viga base	[Hz]
$E_v$	Módulo de elasticidade do material viscoelástico	[Pa]
$f_c$	Frequência natural do modo c da viga composta	[Hz]
$\Delta f_c$	Banda de meia potência do modo c da viga composta	[Hz]
$H_l$	Espessura do material de amortecimento	[m]
$\eta_c$	Fator de perda da viga composta	[%]
$\eta_v$	Fator de perda do material viscoelástico	[%]
$\rho_v$	Densidade do material viscoelástico	[kg/m <sup>3</sup> ]
$T$	Temperatura	[K]
$f. \alpha(T)$	Frequência reduzida	[Hz]
$\tau(T)$	Tempo de relaxação	[s]
$\alpha_T(T)$	Fator de deslocamento	
$T_0$	Temperatura de referência	[K]
$F_R$	Frequência reduzida	[Hz]
$E^*$	Módulo de elasticidade complexo	[Pa]
$\rho$	Densidade à temperatura $T$	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_0$	Densidade à temperatura $T_0$	[K]
$B_l$	Constante para cálculo de $\alpha_T(T)$	
$C_l$	Constante para cálculo de $\alpha_T(T)$	
$S$	Dureza	[Shore A]
$F$	Força atuando sobre um corpo rígido	[N]
$m$	Massa de um corpo rígido	[kg]

$F_n$	Forças atuando no centro de massa de um corpo rígido, onde n=x, y e z, que são as três direções do espaço	[N]
$M_n$	Momentos atuando no centro de massa de um corpo rígido, onde n=x, y e z, que são as três direções do espaço	[N.m]
$x_c$	Deslocamento imposto no centro de massa de um corpo rígido na direção $\bar{X}$	[m]
$y_c$	Deslocamento imposto no centro de massa de um corpo rígido na direção $\bar{Y}$	[m]
$z_c$	Deslocamento imposto no centro de massa de um corpo rígido na direção $\bar{Z}$	[m]
$\alpha$	Rotação imposta no centro de massa de um corpo rígido ao redor do eixo $\bar{X}$	[rad]
$\beta$	Rotação imposta no centro de massa de um corpo rígido ao redor do eixo $\bar{Y}$	[rad]
$\gamma$	Rotação imposta no centro de massa de um corpo rígido ao redor do eixo $\bar{Z}$	[rad]
$u$	Deslocamento do elemento resiliente na direção $X$	[m]
$v$	Deslocamento do elemento resiliente na direção $Y$	[m]
$w$	Deslocamento do elemento resiliente na direção $Z$	[m]
$\alpha'$	Rotação do elemento resiliente ao redor do eixo $\bar{X}$	[rad]
$\beta'$	Rotação do elemento resiliente ao redor do eixo $\bar{Y}$	[rad]
$\gamma'$	Rotação do elemento resiliente ao redor do eixo $\bar{Z}$	[rad]
$a_n$	Distância entre o centro de massa do corpo rígido e um elemento resiliente, onde n=x, y e z, que são as três direções do espaço	[m]
$I_{nn}$	Momento de Inércia de área do corpo rígido, onde n=x, y e z, que são as três direções do espaço, sendo a primeira letra relacionada à direção da força atuante sobre o corpo e a	[N.m <sup>2</sup> ]

	segunda letra relacionada à direção de deflexão do corpo	
$k_{nn}$	Rigidez de um elemento resiliente, onde $n=x, y$ e $z$ , que são as três direções do espaço, sendo a primeira letra relacionada à direção da força atuante sobre o elemento resiliente e a segunda letra relacionada à direção de deflexão do elemento	[N/m]
$\{f\}$	Vetor força sobre uma mola (coordenadas locais)	[N]
$[k]$	Matriz de rigidez de uma mola	[N/m]
$\{x\}$	Vetor de deslocamento de uma mola	[m]
$[T]$	Matriz de transformação	
$\{F\}$	Vetor força sobre uma mola (coord. globais)	[N/m]
$\{X\}$	Vetor de deslocamento de uma mola, coordenadas globais	[m]
$[T]^t$	Transposta da matriz de transformação	
$\{h_l\}$	Vetor local de momento linear	[kg.m/s]
$[m]$	Matriz de massa local	[kg]
$\{v\}$	Vetor velocidade local	[m/s]
$\{H_l\}$	Vetor global de momento linear	[kg.m/s]
$\{h_a\}$	Vetor local de momento angular	$[\text{kg.m}^2 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}]$
$[j]$	Matriz de momentos de inércia local	$[\text{kg.m}^2]$
$\{\theta\}$	Vetor local de velocidade angular	[rad/s]
$\{H_a\}$	Vetor global de momento angular	$[\text{kg.m}^2 \cdot \frac{\text{rad}}{\text{s}}]$
$K_p$	Rigidez da mola que une os corpos $i$ e $j$	[N/m]
$x_i$	Vetor que descreve a movimentação do vetor $i$ em relação à origem global	[m]
$x_j$	Vetor que descreve a movimentação do vetor $j$ em relação à origem global	[m]
$\alpha_i$	Vetor que descreve a rotação de $i$ em relação às coordenadas locais	[rad]
$\alpha_j$	Vetor que descreve a rotação de $j$ em relação às coordenadas locais	[rad]
$d_i$	Vetor deslocamento do extremo da mola $p$ relativa ao corpo $i$ , nas coordenadas locais de $i$	[m]
$d_j$	Vetor deslocamento do extremo da mola $p$ relativa ao corpo $j$ , nas coordenadas locais de $j$	[m]

$r_{pi}$	Vetor de coordenadas da terminação da mola $p$ relativa ao corpo $i$ , nas coordenadas locais de $i$	[m]
$r_{pj}$	Vetor de coordenadas da terminação da mola $p$ relativa ao corpo $j$ , nas coordenadas locais de $j$	[m]
$R_{pi}$	Matriz de coordenadas da terminação da mola $p$ relativa ao corpo $i$ , nas coordenadas locais de $i$	[m]
$R_{pj}$	Matriz de coordenadas da terminação da mola $p$ relativa ao corpo $j$ , nas coordenadas locais de $j$	[m]
$M_i$	Vetor momento para a força da mola $p$ , atuando em $r_{pi}$ , no corpo $i$	[N.m]
$M_j$	Vetor momento para a força da mola $p$ , atuando em $r_{pj}$ , no corpo $j$	[N.m]
$F_i$	Vetor de forças externas ao corpo $i$	[N]
$F_j$	Vetor de forças externas ao corpo $j$	[N]
$m_i$	Massa do corpo $i$	[kg]
$m_j$	Massa do corpo $j$	[kg]
$J_i$	Momento de inércia do corpo $i$	[kg.m <sup>2</sup> ]
$J_j$	Momento de inércia do corpo $j$	[kg.m <sup>2</sup> ]
M1	Massa do bloco de aço 1	[kg]
M2	Massa do bloco de aço 2	[kg]
M3	Massa do bloco de aço 3	[kg]
M4	Massa do bloco de aço 4	[kg]
M5	Massa do bloco de aço 5	[kg]
M6	Massa do bloco de aço 6	[kg]
$f_{na}$	Frequência Natural Não-amortecida	[Hz]
$f_a$	Frequência Natural Amortecida	[Hz]
$\xi$	Fator de amortecimento do material viscoelástico	[%]
$E_{Mat1}$	Módulo de elasticidade do Material 1	[MPa]
$f$	Frequência	[Hz]
$\eta_{Mat1}$	Fator de perda do Material 1	[%]
$E_{Mat2}$	Módulo de elasticidade do Material 2	[MPa]
$\eta_{Mat2}$	Fator de perda do Material 2	[%]
$E_{aço}$	Módulo de elasticidade do aço	[GPa]
$\nu_{aço}$	Coefficiente de Poisson do aço	
$\rho_{aço}$	Densidade do aço	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\eta_{aço}$	Fator de Perda do aço	[%]
$Dif$	Diferença entre valores numéricos e experimentais	[%]
$Num$	Frequência Natural Amortecida ou Fator de Perda calculado numericamente	[Hz] ou [%]



$Exp$	Frequência Natural Amortecida ou Fator de Perda medido experimentalmente	[Hz] ou [%]
$f_{ri}$	Força criada pela inércia rotativa do componente i	[N]
$m_i$	Massa do componente i	[kg]
$r_i$	Distância entre centroide e centro de giro do componente i	[m]
$\omega$	Velocidade angular	[rad/s]
$r$	Comprimento da manivela OC	[m]
$l$	Comprimento da biela CP	[m]
$f_{ip}$	Força devido à inércia do pistão	[N]
$m_p$	Massa do pistão, pino do pistão e parte da biela	[kg]
$\theta$	Ângulo formado entre o eixo x e a biela	[rad]
$\ddot{x}$	Aceleração da massa $m_p$	[m/s <sup>2</sup> ]
$t$	Tempo	[s]
$m_{bim}$	Massa proporcional da biela situada na manivela	[kg]
$m_m$	Massa da manivela	[kg]
$m_{cpm}$	Massa do contrapeso do eixo	[kg]
$m_{cpi}$	Massa das lâminas de contrapeso	[kg]
$m_e$	Massa do eixo	[kg]
$r_{cpm}$	Distância do centro do eixo ao centroide do contrapeso do eixo	[m]
$r_{cpi}$	Distância do centro do eixo ao centroide das lâminas de contrapeso	[m]
$r_e$	Distância do centro do eixo ao centroide do eixo	[m]
$F_y$	Força transversal devido ao movimento do pistão	[N]
$F_x$	Força longitudinal devido ao movimento do pistão	[N]



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>2 CARACTERIZAÇÃO DE MATERIAIS .....</b>	<b>6</b>
2.1 MATERIAIS VISCOELÁSTICOS .....	6
2.1.1 Borrachas.....	6
2.1.2 Correlação Dureza – Módulo de Elasticidade .....	8
2.1.3 Medição das Propriedades das Borrachas.....	10
2.2 TÉCNICA DA VIGA DE OBERST .....	10
2.2.1 Introdução à Técnica de Oberst.....	10
2.2.2 Aplicação da Técnica de Oberst.....	12
2.3 TÉCNICA DA VIGA SANDUÍCHE .....	15
2.3.1 Descrição da Técnica da Viga Sanduíche .....	15
2.3.2 Aplicação da Técnica da Viga Sanduíche .....	16
2.4 CONFIGURAÇÃO COM UM GRAU DE LIBERDADE.....	17
2.4.1 Introdução à Técnica do Sistema de Um Grau de Liberdade .....	17
2.4.2 Método dos Elementos Finitos.....	18
2.4.3 Aplicação da Técnica do Sistema de Um Grau de Liberdade .....	19
2.4.3.1 Avaliação preliminar da massa dos blocos de aço .....	20
2.4.3.2 Medições experimentais dos sistemas bloco de aço mais batoque de borracha .....	22
2.4.4 Wicket Plot e Nomograma de Frequência Reduzida .....	23
2.4.4.1 Conceito de Wicket Plot .....	23
2.4.4.2 Conceito de Nomograma de Frequência Reduzida .....	25
2.4.4.3 Nomograma de Frequência Reduzida para Materiais 1, 2 e 3 .....	28
2.4.4.4 Validação dos Resultados de Propriedades dos Materiais.....	37
2.5 DETERMINAÇÃO DA RIGIDEZ ESTATICA DOS MATERIAIS .....	40
<b>3 MODELO FEM DE ISOLADOR E VALIDAÇÃO .....</b>	<b>45</b>
3.1 MODELO NUMÉRICO DO ISOLADOR E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL – CASO ESTATICO .....	46
3.2 MODELO NUMÉRICO DE ISOLADOR – CASO DINÂMICO .....	50
3.2.1 <i>Corpo rígido suportado por elementos resilientes</i> .....	51
3.2.1.1 Equações de movimento de um corpo rígido suportado por elementos resilientes .....	51
3.2.1.2 Corpo Rígido com dois planos de simetria .....	56
3.2.2 <i>Análise Modal do bloco de aço montado sobre isoladores</i> .....	58
3.2.3 <i>Análise Harmônica do bloco de aço montado sobre isoladores</i> .	63

3.3 VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DO MODELO NUMÉRICO DINÂMICO DO ISOLADOR – ISOLADOR COLADO .....	66
3.3.1 <i>Impactação do bloco de aço montado sobre isoladores</i> .....	66
3.3.2 <i>Resposta em Frequência do bloco de aço montado sobre isoladores – isolador colado à base</i> .....	73
3.4 ISOLADOR APOIADO .....	78
3.4.1 <i>Modos de corpo rígido, isolador apoiado</i> .....	79
3.4.2 <i>Análise Modal numérica e validação para situação com isolador apoiado</i> .....	80
3.4.3 <i>Análise Harmônica numérica e validação para situação com isolador apoiado</i> .....	83
<b>4 MODELO DINÂMICO DO COMPRESSOR E VALIDAÇÃO .....</b>	<b>86</b>
4.1 VIBRAÇÕES DE CORPOS RÍGIDOS – SISTEMA MULTICORPOS .....	86
4.1.1 <i>Matrizes de rigidez e amortecimento</i> .....	86
4.1.2 <i>Matrizes de inércia linear e angular</i> .....	87
4.1.3 <i>Montagem das equações de movimento</i> .....	88
4.2 MODOS DE CORPO RÍGIDO DO COMPRESSOR MONTADO SOBRE ISOLADORES .....	90
4.2.1 <i>Análise Modal Numérica</i> .....	93
4.2.2 <i>Análise Modal Numérica – modelo alternativo</i> .....	97
4.2.3 <i>Validação Experimental da Análise Modal Numérica</i> .....	100
4.3 RESPOSTA ÀS EXCITAÇÕES DE BAIXAS FREQUÊNCIAS .....	108
4.3.1 <i>Excitações geradas por um compressor típico em operação</i> ....	108
4.3.1.1 <i>Forças Geradas pelas Partes Móveis</i> .....	108
4.3.1.2 <i>Avaliação Experimental das Forças Geradas pelas Partes Móveis de um Compressor</i> .....	111
4.3.2 <i>Análise Harmônica Numérica do compressor montado sobre isoladores – excitação real</i> .....	115
4.3.3 <i>Validação do modelo dinâmico do compressor</i> .....	116
<b>5 OTIMIZAÇÃO DA GEOMETRIA DO ISOLADOR.....</b>	<b>122</b>
5.1 ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO .....	122
5.2 FUNÇÃO OBJETIVO E PARÂMETROS DA OTIMIZAÇÃO .....	123
5.3 PROGRAMA PARA OTIMIZAÇÃO .....	124
5.4 RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	126
<b>6 CONCLUSÕES .....</b>	<b>133</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>137</b>

<b>APÊNDICE A – DESCRIÇÃO DOS TIPOS DE ELEMENTOS UTILIZADOS NAS SIMULAÇÕES.....</b>	<b>141</b>
A.1 ELEMENTO <i>MASS21</i> .....	141
A.2 ELEMENTO <i>SOLID185</i> .....	141
A.3 ELEMENTO <i>SOLID186</i> .....	143
A.4 ELEMENTO <i>SOLID187</i> .....	144



## 1 INTRODUÇÃO

Compressores são equipamentos amplamente utilizados em aplicações domésticas, comerciais, industriais e em meios de transporte. Possuem duas funções básicas: permitir a formação de um fluxo de algum fluido através de um circuito fechado e criar uma diferença de pressão neste mesmo fluido, entre os pontos de sucção e descarga.

Diversos tipos de fluido podem ser comprimidos por um compressor, dentre os quais se destacam o ar e os fluidos refrigerantes, estes últimos largamente aplicados em sistemas de refrigeração e condicionamento de ar.

Existem dois tipos básicos de compressores para refrigeração e condicionamento de ar: os compressores de deslocamento positivo, dentre os quais podem ser citados os alternativos e os rotativos, e os compressores dinâmicos, sendo os centrífugos e os axiais os mais famosos entre eles (WIKIPEDIA, 2012).

Num sistema de refrigeração, o compressor pode ser entendido, conforme supracitado, como uma bomba, elevando a pressão e, conseqüentemente, a temperatura de um fluido refrigerante. Este fluido, na condição de vapor superaquecido, segue pela chamada linha de condensação até chegar ao condensador, onde transfere calor para o meio.

Na sequência, o fluido refrigerante, já numa temperatura mais baixa, passa pelo dispositivo de expansão, podendo este ser uma válvula ou, mais comumente, um tubo capilar, no qual o fluido refrigerante sofre idealmente uma transformação isentrópica, passando a uma temperatura e uma pressão mais baixas. Finalmente, o fluido segue para o evaporador, a uma temperatura mais baixa que a do meio que se quer refrigerar e, após trocar calor com o mesmo, passa a uma temperatura mais alta para linha de evaporação, retornando à sucção do compressor para um novo ciclo de refrigeração (MELO, 2008). A Figura 1.1 ilustra um circuito simples de refrigeração.

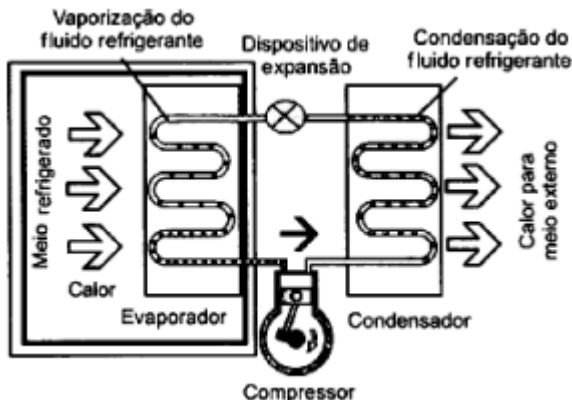


Figura 1.1 – Circuito de refrigeração. Fonte: Ferraz (2009).

Este trabalho visa estudar a geração de energia vibratória pelos compressores de deslocamento positivo herméticos e a interação desta com a base de um refrigerador doméstico, através dos isoladores de borracha, conhecidos também como amortecedores. Estes são montados em furos da placa base do compressor, furos estes que podem variar de posição de acordo com o modelo do compressor.

Na Figura 1.2 é mostrado um compressor hermético, identificando sua respectiva placa base e os isoladores nela montados.



Figura 1.2 – Isolador de vibração de borracha de um refrigerador.



Primeiramente, deve-se mencionar que os compressores herméticos possuem mecanismo e motor montados numa mesma carcaça, ou seja, não há a presença de eixos externos, como ocorre frequentemente com compressores de ar. O mecanismo do compressor que será tratado neste trabalho, por sua vez, usa o princípio biela-manivela, transformando o movimento de rotação criado pelo motor elétrico em movimento de translação do pistão no interior do cilindro, gerando o fluxo de gás refrigerante e, conseqüentemente, a capacidade de refrigeração requerida pelo refrigerador (ESTUPINAN; SANTOS, 2009).

Costuma-se dividir um problema vibroacústico em fontes, caminhos de propagação e receptor (VERHEIJ, 1986). As vibrações de um compressor hermético e sua interação com o sistema de refrigeração são geradas pelas pulsações de sucção e descarga, variações temporais da pressão do fluido refrigerante gerado pelos movimentos de válvulas, pelos filtros acústicos de sucção e descarga do compressor e pelas forças geradas pelos movimentos rotacional e translacional do mecanismo do compressor, na frequência de funcionamento do mesmo e nas suas harmônicas.

Tanto as pulsações quanto as forças produzidas pelo mecanismo são transmitidas do bloco à carcaça do compressor através do gás contido entre o kit mecânico e a carcaça, da suspensão (molas) e do tubo de descarga.

A carcaça é o irradiador da energia sonora proveniente pelos vários caminhos, que são as conexões mecânicas e a cavidade.

Buscando uma otimização do sistema de refrigeração, do ponto de vista vibroacústico, em vista das exigências cada vez maiores dos consumidores, objetiva-se neste trabalho estudar e criar um procedimento de análise para os isoladores de vibração. Estes componentes são normalmente feitos de borracha e têm participação significativa no ruído de sistemas de refrigeração, principalmente em frequências até 400Hz.

A Figura 1.3 mostra o quanto as vibrações de baixa frequência de um compressor influenciam no ruído de um sistema de refrigeração em bandas de frequência até 400Hz, principalmente. Nesta figura, o ruído irradiado por um sistema de refrigeração no qual a frequência de operação do compressor não está sintonizada com nenhuma frequência de montagem no sistema (dependente das características do isolador) é comparado com o ruído obtido numa situação em que há sintonia entre a frequência de operação e a de montagem do compressor no sistema.

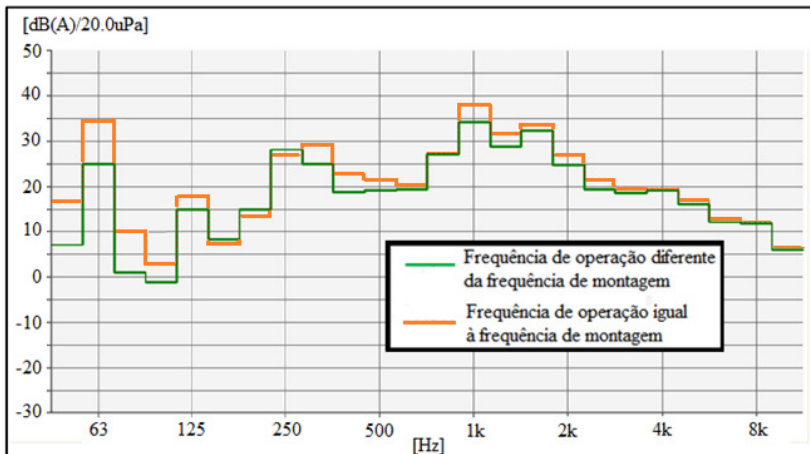


Figura 1.3 – Resultado comparativo de ruído em aplicação para compressor funcionando na frequência de 60Hz.

Assim, salienta-se que o objetivo deste trabalho é analisar os isoladores de vibração, primeiramente obtendo as propriedades que os caracterizam para, num segundo momento, criar um modelo em elementos finitos que represente o sistema composto por compressor e isoladores.

Para tanto, no Capítulo 2, materiais com os quais são constituídos normalmente isoladores de vibração – borrachas – serão caracterizados, explorando três técnicas comumente utilizadas para se obterem propriedades dinâmicas de materiais viscoelásticos. Uma primeira validação das propriedades também será feita neste capítulo, bem como se mostrará como obter o módulo de elasticidade de borrachas para situações estáticas, como, por exemplo, a deformação devido ao peso próprio do compressor.

No Capítulo 3, será dada atenção ao modelo em elementos finitos de um isolador, bem como à sua validação experimental, explorando diferentes condições de contorno às quais um isolador pode estar submetido. Neste capítulo, para facilitar a criação e a validação do modelo numérico, um compressor será representado como um simples bloco de aço.

O compressor será modelado no Capítulo 4 como dois corpos rígidos (kit e carcaça), ligados entre si por componentes flexíveis, modelados em elementos finitos, sendo caminho de energia vibratória para a base de um sistema de refrigeração em baixa frequência. A excitação do mecanismo do compressor, obtida experimentalmente, será

imposta como a fonte de energia vibroacústica. Num segundo momento, será feita a validação deste modelo numérico constituído por compressor e isoladores de vibração.

Salienta-se que o estudo se concentrará até a frequência de 400Hz, pois, segundo Porto (2010), nesta faixa de frequência o compressor se comporta como um corpo rígido, não havendo a deformação de componentes do mesmo.

No Capítulo 5 será mostrado um processo de otimização do isolador visando reduzir a força transmitida para a base de um sistema de refrigeração, contribuindo para minimizar o ruído de baixa frequência irradiado por um refrigerador.

Finalmente, no Capítulo 6 são apresentadas conclusões e propostas de trabalhos futuros.

## **2 CARACTERIZAÇÃO DE MATERIAIS**

A primeira etapa necessária para a avaliação de um isolador de vibração é a caracterização do material do qual é constituído. Para tanto, uma breve introdução aos materiais viscoelásticos, especialmente a borracha, será feita (SOUSA, 2008).

Três materiais, aqui denominados Material 1, Material 2 e Material 3, serão analisados. Independentemente do tipo, os materiais tanto dos corpos de prova quanto dos isoladores avaliados têm uma característica principal: dureza Shore A 38, aproximadamente.

Posto isto, serão três as técnicas utilizadas para caracterizar as suas propriedades dinâmicas: viga de Oberst, viga sanduíche e a análise de um sistema de um grau de liberdade.

Além disso, para situações estáticas (como a deformação de um isolador devido ao peso próprio do compressor), ajustar-se-ão curvas de módulo de elasticidade para cada material a partir de curvas experimentais obtidas de corpos de prova de cada um dos materiais.

### **2.1 MATERIAIS VISCOELÁSTICOS**

#### **2.1.1 Borrachas**

As borrachas podem ser definidas como materiais elastoméricos que exibem pequena deformação plástica, alta elongação (pequeno módulo de elasticidade e são capazes de sustentar deformações da ordem de 1000%) e alta velocidade de retração. Esta definição engloba não somente a borracha natural, mas também as borrachas sintéticas.

Além das características citadas, destaca-se que as borrachas são resilientes (quando sofrem deformações, acumulam energia sem se romperem e com pequena deformação plástica), apresentam amortecimento interno, não sofrem corrosão, normalmente não demandam lubrificação e, quando submetidas a deformações não obedecem a Lei de Hooke (HARRIS, 1976).

A Figura 2.1 ilustra curvas tensão-deformação típicas de borrachas, podendo ser visto que as mesmas não têm a mesma inclinação nas regiões de tração e de compressão.

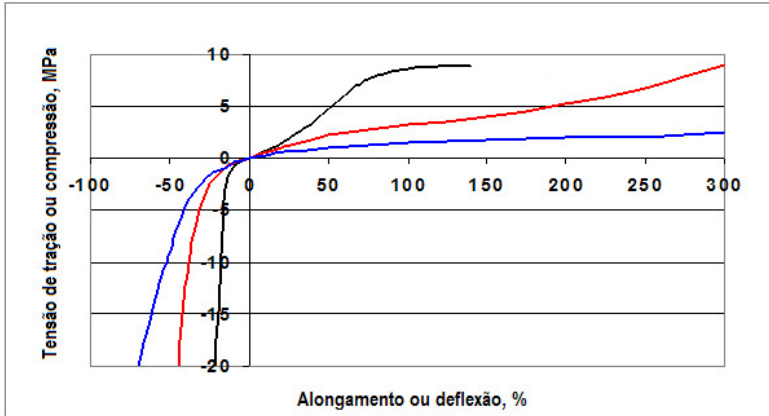


Figura 2.1 – Curvas tensão x deformação para compostos diferentes de borracha (CAETANO, 2011).

Barbosa (2007) classifica as borrachas como materiais viscoelásticos. Já Sousa (2008) afirma que os mecanismos de amortecimento deste tipo de material variam grandemente com a frequência e com a temperatura às quais estão submetidos.

Segundo Istvan (2006), o comportamento das borrachas varia com a temperatura. Em baixas temperaturas, as moléculas são relativamente inativas, resultando em alta rigidez ( $E$  ou  $G$ ). Como o movimento relativo entre elas é baixo, existe pouco atrito intermolecular e, conseqüentemente, resulta em baixo amortecimento ( $\eta$ ).

Em altas temperaturas, as moléculas se movem facilmente entre si, resultando, em baixa rigidez. Como a interação entre as moléculas é baixa, existe pouca dissipação de energia através da fricção intermolecular.

Finalmente, em médias temperaturas, as moléculas possuem interação intermediária, resultando num módulo de elasticidade intermediário, mas em um alto fator de perda.

O efeito da frequência é, qualitativamente, o inverso do efeito da temperatura, porém em taxas diferentes, ou seja, aumentando-se a frequência que atua sobre a borracha, esta se comporta de forma similar a quando se reduz a temperatura (JONES, 2001).

A Figura 2.2 ilustra a dependência que o módulo de elasticidade e o fator de perda de um material viscoelástico têm com a temperatura.

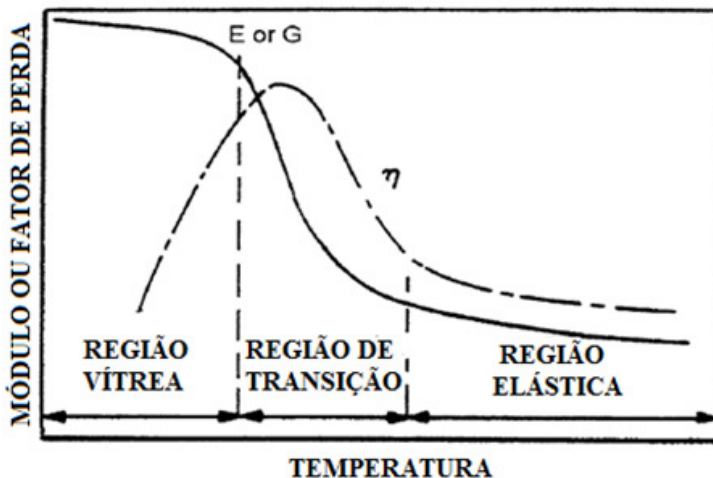


Figura 2.2 – Variação do módulo e do fator de perda com a temperatura, para uma frequência constante (ISTVAN, BERANEK, 2006).

### 2.1.2 Correlação Dureza – Módulo de Elasticidade

Uma das propriedades mais utilizadas para caracterizar o material de um componente ou uma amostra de borracha é a sua dureza. Esta é comumente definida como a resistência de um material à deformação plástica quando o mesmo é submetido a uma solicitação externa (ALMEIDA, 2009).

Por sua vez, uma das maneiras de medir a dureza de um composto de borracha consiste em utilizar um instrumento chamado durômetro. Este possui um indentador, que é forçado contra a amostra de borracha. A profundidade da marca deixada pelo indentador pode ser lida por algumas escalas as quais fornecem a dureza do material (GENT, 2001).

Existem diferentes escalas de durômetro, usadas para materiais diferentes. Estas escalas definem propriamente o durômetro a ser utilizado no ensaio. Para a borracha, especificamente, a escala mais utilizada é a A (GENT, 2001).

Encontram-se na literatura algumas maneiras de se transformar um valor de dureza em módulo de elasticidade. Segundo Harris (1976), pode-se utilizar um nomográfico para se encontrar o módulo de elasticidade em  $\text{lb/in}^2$ , considerando o corpo de prova na temperatura de  $21^\circ\text{C}$ . Este nomográfico é visualizado na Figura 2.3.

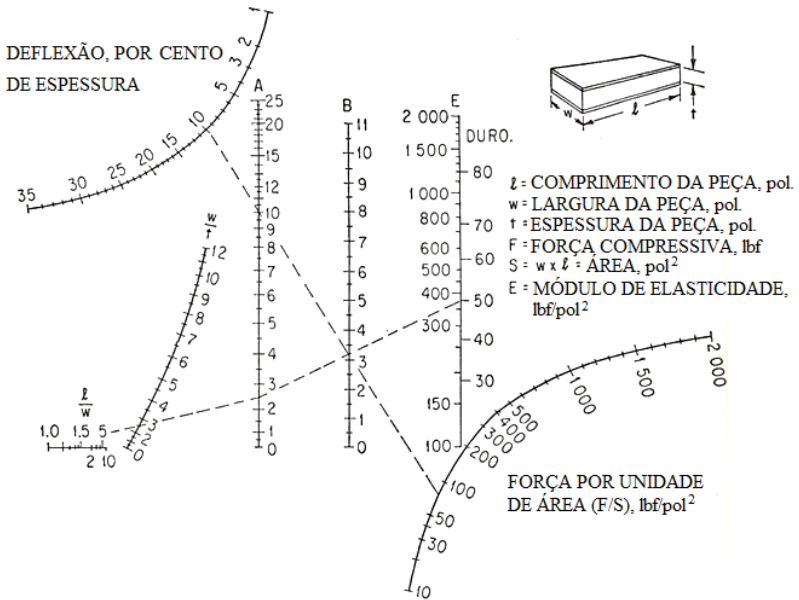


Figura 2.3 – Nomográfico de propriedades da borracha. À direita, vê-se uma relação entre E (módulo de elasticidade) e Duro. (Dureza Shore A). Harris (1976).

Já Gent (1958) propôs uma equação semiempírica para a obtenção do módulo de elasticidade a partir de um valor de dureza:

$$E = \frac{0,0981(56+7,62336.S)}{0,137505(254-2,54.S)} \quad , \quad (2.1)$$

onde  $E$  é o módulo de Young em MPa e  $S$  é a dureza Shore A.

Os corpos de prova disponibilizados para o presente trabalho apresentam dureza Shore A de 38. Utilizando este valor tanto no nomográfico como na equação de Gent, pode-se obter o módulo de Young de aproximadamente 250 libras força por polegada ao quadrado ou 1,72MPa, que será utilizado em etapas posteriores do presente trabalho.

### **2.1.3 Medição das Propriedades das Borrachas**

Os processos normalmente utilizados para caracterizar as propriedades de materiais viscoelásticos, como borrachas, são, em princípio, relativamente simples. Deforma-se uma amostra do material a ser avaliado de algum modo (cisalhante ou normal) e medem-se as forças resultantes e deslocamentos em função do tempo (JONES, 2001).

Neste estudo, serão destacados três processos mais utilizados para caracterização de materiais viscoelásticos, que são: vigas de Oberst, vigas sanduíche e configuração com um grau de liberdade.

## **2.2 TÉCNICA DA VIGA DE OBERST**

### **2.2.1 Introdução à Técnica de Oberst**

Métodos que utilizam a vibração de vigas para a caracterização de propriedades de materiais viscoelásticos têm sido largamente utilizados nos últimos anos. Dentre estes métodos, cita-se o Método de Oberst. Neste método, cujo aparato utilizado é esquematizado na Figura 2.4, mede-se, inicialmente, a resposta em frequência de uma viga não amortecida, ou seja, apenas a resposta de uma base de algum material, como o aço, em algumas temperaturas. Para garantir que a viga esteja a uma temperatura controlada, normalmente coloca-se o aparato de Oberst em uma câmara de climatização (JONES, 2001).



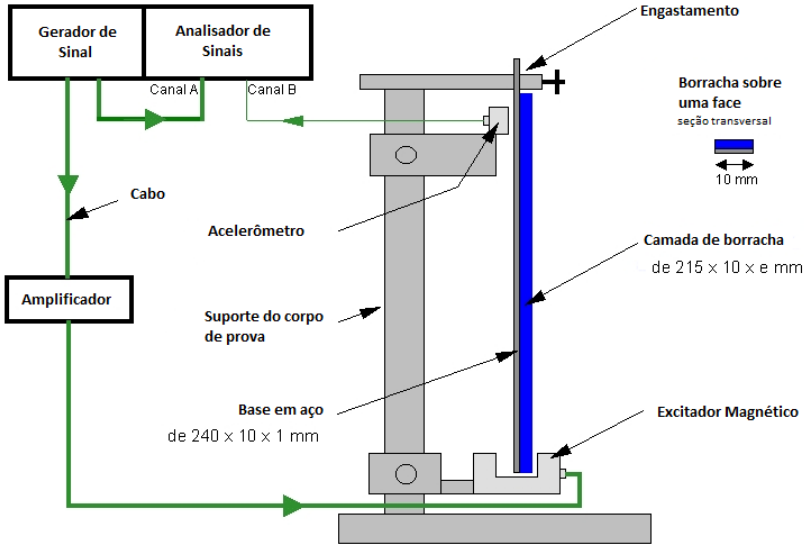


Figura 2.4 – Exemplo de aparato de Oberst. Adaptado de Méthode de Oberst, Wikipedia (2011).

Segundo a norma ASTM 0756-05 (2005), o módulo de Young  $E_b$  e o fator de perda  $\eta_b$  do material da viga base são calculados por:

$$E_b = \frac{12\rho_b \cdot L^4 f_n^2}{H^2 C_n^2} \quad (2.2)$$

e

$$\eta_b = \frac{\Delta f_n}{f_n} \quad , \quad (2.3)$$

onde  $C_n$  é o coeficiente para o modo  $n$  de uma viga engastada-livre,  $f_n$  é a frequência de ressonância do modo  $n$  da viga base,  $\Delta f_n$  é a banda de meia potência,  $\rho_b$  é a densidade do material,  $H$  é a espessura e  $L$  é o comprimento. Tem-se que  $C_1 = 0,55959$ ,  $C_2 = 3,5069$ ,  $C_3 = 9,8194$  e  $C_n = (\pi/2)(n - 0,5)$  para  $n > 3$ .

Em seguida, a resposta de uma viga amortecida (com a camada de material viscoelástico) é também medida, obtendo-se o fator de perda  $\eta$  e as frequências naturais do sistema para algumas temperaturas. As temperaturas devem ser as mesmas em que foi medida a resposta da viga não amortecida (JONES, 2001). As equações analíticas usadas no

cálculo do módulo de elasticidade e do fator de perda do material viscoelástico são dadas, respectivamente, por:

$$E_v = \frac{E_b}{(2R^3)} [(\alpha - \beta) + \sqrt{\{(\alpha - \beta)^2 - 4R^2(1 - \alpha)\}}] \quad (2.4)$$

e

$$\eta_v = \eta_c \left[ \frac{(1+MR)(1+4MR+6MR^2+4MR^3+M^2R^4)}{(MR)(3+6R+4R^2+2MR^3+M^2R^4)} \right], \quad (2.5)$$

onde  $c$  é um contador ( $c = n$ ),  $E_v$  é módulo de Young do material de amortecimento,  $f_n$  é frequência de ressonância para modo  $n$  da viga base,  $f_c$  é frequência de ressonância para modo  $c$  da viga composta,  $\Delta f_c$  é a banda de meia potência do modo  $c$  da viga composta,  $H_1$  é a espessura do material de amortecimento,  $M = \frac{E_v}{E_b}$  = razão de módulo de Young,  $R = \frac{H_1}{H}$  é a razão de espessura,  $\alpha = (f_c/f_n)^2 \left(1 + \frac{\rho_v}{\rho_b} R\right)$ ,  $\beta = 4 + 6R + 4R^2$ ,  $\eta_c = \Delta f_c/f_c$  é fator de perda do material da viga composta,  $\eta_v$  é o fator de perda do material de amortecimento e  $\rho_v$  é densidade do material de amortecimento.

A norma ASTM E0756-05 (2005) fornece maiores detalhes da preparação dos experimentos com este tipo de viga. Também cita que os experimentos com viga de Oberst são indicados para caracterização de materiais com módulo de Young superior a 100MPa que, como será visto, dificulta a caracterização dos materiais utilizados neste trabalho. Isto se deve ao fato do método, para apresentar bons resultados, requerer diferentes valores de módulo de elasticidade e de fator de perda para a viga amortecida para cada temperatura em que a mesma é testada, ou seja, as frequências naturais da viga devem variar para cada temperatura avaliada.

Além disso, o valor de 100MPa é, segundo a norma, baseado nas vigas base mais comumente usadas para a caracterização de materiais que, normalmente, apresentam largura de 10mm, comprimento de 180 a 250mm e espessura de 1 a 3mm.

## 2.2.2 Aplicação da Técnica de Oberst

Apesar da indicação da Técnica de Oberst apenas para materiais com módulo de elasticidade superior a 100MPa, decidiu-se avaliar a

viabilidade de aplicação desta técnica para a determinação das propriedades de borrachas utilizadas para a fabricação de isoladores, tendo em vista a facilidade de preparação dos corpos de prova.

As vigas base utilizadas na avaliação possuem comprimento 250mm, largura 10,08mm e espessura 3,20mm. Já a camada de material de borracha apresenta 1mm de espessura, sendo colada à viga base com *SuperBonder®*. O Material 1 foi o único material analisado utilizando este método.

A Figura 2.5 mostra o aparato utilizado para os referidos testes, nos quais as vigas eram engastadas antes do início das medições. Este aparato é similar ao descrito na norma ASTM E0756-05 (2005).

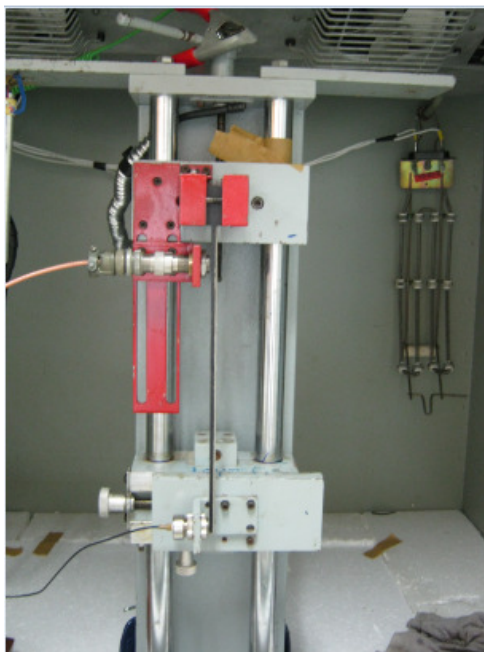


Figura 2.5 – Aparato utilizado para medição das propriedades do Material 1 através do uso de viga de Oberst.

As vigas foram excitadas por um excitador eletrodinâmico sem contato *Motion Sensors PC55-18E*, com um sinal aleatório (ruído branco) de 0 a 5kHz, a 30mm do engaste. Este tipo de transdutor é composto por ímã envolto por uma bobina. O sinal foi gerado por um analisador digital de sinais (*Brüel & Kjaer Pulse 12.0*).

Já o sinal de resposta do experimento foi obtido por um transdutor sem contato *Bruel & Kjaer MM0002*, situado próximo à extremidade livre da viga. Este transdutor possui princípio inverso ao do excitador dinâmico.

Assim sendo, procederam-se testes com uma viga base e com uma viga sobre a qual foi colada uma camada de Material 1, com o aparato fixado conforme mostrado na Figura 2.5 no interior da câmara climatizada mostrada na Figura 2.6, possibilitando-se medições em diferentes temperaturas.



Figura 2.6 – Câmara climatizada para medição de propriedades dos materiais.

Como pode ser visto na Figura 2.7, as frequências naturais do sistema não se modificam de forma significativa para diferentes temperaturas. Observa-se também que a diferença entre as frequências naturais da viga de aço e do sistema composto de viga de aço com Material 1 se dá principalmente pela adição da massa de borracha à viga de aço, o que faz com que as frequências naturais desloquem-se para frequências mais baixas.

Além disso, quando os valores de frequências naturais e fatores de perda para viga base e viga composta foram substituídos nas equações (2.2) a (2.5), obtiveram-se valores negativos para o módulo de elasticidade do Material 1.

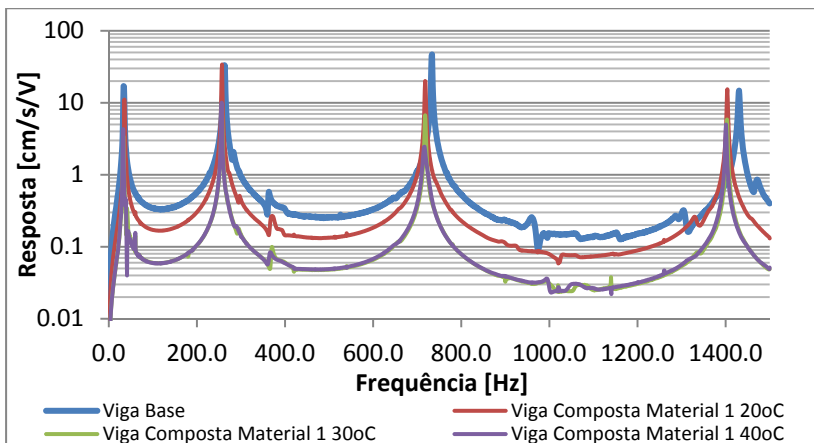


Figura 2.7 – Resultado das medições das propriedades do Material 1 utilizando vigas de Oberst.

Conclui-se, portanto, que esta técnica não é a mais adequada para a caracterização do Material 1 e, assim, a mesma não foi utilizada para caracterizar os Materiais 2 e 3.

## 2.3 TÉCNICA DA VIGA SANDUÍCHE

### 2.3.1 Descrição da Técnica da Viga Sanduíche

Esta técnica de caracterização de materiais viscoelásticos também faz uso da vibração de vigas. O aparato necessário para a utilização desta técnica é o mesmo da viga de Oberst, com exceção da disposição do material viscoelástico, que neste método é colocado entre duas vigas base, em forma de sanduíche.

As vigas utilizadas para cada um dos métodos aqui apresentados são mostradas na Figura 2.8.

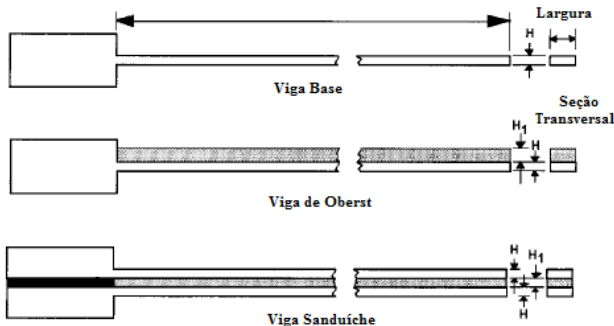


Figura 2.8 – Algumas vigas utilizadas para as técnicas de caracterização que utilizam vibração de vigas (ASTM 0756-05, 2005).

Uma das vantagens desta técnica em relação à que usa vigas de Oberst é que, tomando novamente as dimensões mais utilizadas para as vigas base, esta permite a caracterização de materiais com módulo de cisalhamento inferior a 100MPa, como o caso das amostras de borracha analisadas neste trabalho.

Com relação aos cálculos das propriedades do material viscoelástico, tem-se que (ASTM 0756-05, 2005):

$$G_v = [A - B - 2(A - B)^2 + 2(A\eta_s)^2] \left\{ \frac{\left( \frac{2\pi C_s E_p H H_1}{l^2} \right)}{(1 - 2A + 2B)^2 + 4(A\eta_s)^2} \right\} \quad (2.6)$$

e

$$\eta_v = \left[ \frac{A\eta_s}{A - B - 2(A - B)^2 + 2(A\eta_s)^2} \right], \quad (2.7)$$

onde  $A = (f_s/f_n)^2(2 + D.R)(B/2)$ ,  $B = 1/[6(1 + R)^2]$ ,  $s$  é um contador,  $f_s$  é frequência de ressonância para modo  $s$  da viga composta,  $\Delta f_s$  é a banda de meia potência do modo  $s$  da viga sanduíche,  $G_v$  é o módulo de cisalhamento do material viscoelástico, e  $\eta_s = \Delta f_s/f_s$  é o fator de perda do material da viga sanduíche. Tem-se que  $C_1 = 0,55959$ ,  $C_2 = 3,5069$ ,  $C_3 = 9,8194$  e  $C_n = (\pi/2)(n - 0,5)$  para  $n > 3$ .

### 2.3.2 Aplicação da Técnica da Viga Sanduíche

O material de isolador utilizado nos ensaios foi, novamente, o Material 1. A diferença, neste caso, basicamente se concentrou na

característica das vigas base utilizadas na avaliação: comprimento de 250mm, largura de 10,08mm e espessura de 1,36mm.

O aparato, a espessura da camada de Material 1 e a disposição do excitador eletrodinâmico e do transdutor de resposta sem contato são os mesmos utilizados nas medições através da técnica da viga de Oberst.

A exemplo do verificado nos ensaios com viga de Oberst, observa-se na Figura 2.9 que as frequências naturais da viga sanduíche variam pouco com a variação de temperatura.

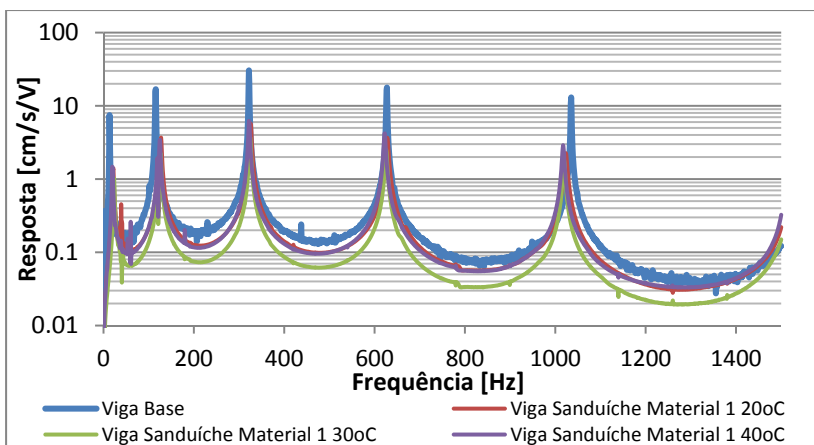


Figura 2.9 – Resultado das medições das propriedades do Material 1 utilizando vigas sanduíche.

Conclui-se, portanto, que a técnica da viga sanduíche também não é indicada para caracterizar as propriedades do Material 1. Assim sendo, os outros materiais em estudo não foram avaliados por esta técnica e decidiu-se tentar uma terceira que é a de um sistema de um grau de liberdade.

## 2.4 CONFIGURAÇÃO COM UM GRAU DE LIBERDADE

### 2.4.1 Introdução à Técnica do Sistema de Um Grau de Liberdade

Uma maneira de medir o módulo de elasticidade e o fator de perda de materiais viscoelásticos em função da temperatura e da frequência, considerando pequenas deformações, é descrita na norma ISO 18437:2 de 2005. Esta norma discorre sobre um procedimento em

que corpos de prova cilíndricos e suficientemente longos são excitados axialmente, medindo-se sua respectiva resposta igualmente na direção axial.

Destaca-se, segundo esta norma, que amostras com comprimento pequeno produzem ressonâncias somente em altas frequências e que estes modos são menos facilmente observáveis devido à alta absorção. Já amostras com comprimento grande podem levar a problemas como a flambagem da amostra (ISO 18437:2, 2005).

Devido a não existência de amostras feitas pelo fornecedor com grande comprimento, neste trabalho, quando das medições com configuração com um grau de liberdade, o fator de perda foi determinado experimentalmente através da banda de meia potência e o módulo de Young obtido através de ajuste de modelos numéricos em elementos finitos, a partir de dados experimentais.

## **2.4.2 Método dos Elementos Finitos**

O Método dos Elementos Finitos (FEM) permite a obtenção da solução de equações diferenciais de um problema complexo, como um problema de vibrações e acústica, o que normalmente é inviável quando se utilizam os métodos analíticos. Justamente por se utilizar de cálculos numéricos, o FEM tem um custo computacional envolvido.

A estrutura a ser analisada (domínio) é dividida em pequenas partes conhecidas como elementos que, por sua vez, representam aproximadamente a geometria dividida. Estes elementos podem ter até três dimensões, dependendo do problema que se está analisando, bem como das simplificações estabelecidas. Além disso, também é estabelecido neste método um conjunto de pontos de referência (nós), cada um com um determinado número de graus de liberdade. Os nós, para muitas das formulações, correspondem aos vértices dos elementos com os quais se divide o domínio.

Assim sendo, o Método dos Elementos Finitos divide um sistema contínuo com infinitos graus de liberdade em um sistema discreto de vários graus de liberdade utilizando, para isto, de funções base linearmente independentes que estão relacionadas aos graus de liberdade do sistema. Estas equações, quando resolvidas, fornecem respostas importantes para um problema vibroacústico, tais como seus autovalores e autovetores.

A partir dos autovalores, calculam-se facilmente as frequências naturais da estrutura analisada; já os autovetores, que também são



calculados a partir das funções base, fornecem os modos de vibração da estrutura que são, resumidamente, a forma como se deslocam os nós dos elementos nas frequências naturais da estrutura. Pode-se chamar o conjunto de elementos (e nós) nos quais é dividida a estrutura a ser analisada de malha (CORDIOLI, 2010).

### 2.4.3 Aplicação da Técnica do Sistema de Um Grau de Liberdade

A avaliação das propriedades dinâmicas do material pelo método do sistema de um grau de liberdade consistiu em ensaios, o dispositivo sendo composto por uma base metálica, sobre a qual foi colado com *SuperBonder*® um conjunto amostra (também denominado batoque) de borracha e massa de aço. Este conjunto foi excitado por um *shaker ESPEC TABAI modelo EV-50*, alimentado com um sinal harmônico de frequência variável, excitando-se apenas o primeiro modo de translação do conjunto. Neste caso, o comportamento do batoque aproxima-se do comportamento de uma mola, enquanto o bloco de aço possui comportamento de massa concentrada.

Foram colocados dois acelerômetros *B&K 4517*, a fim de medir as respostas da base e da massa concentrada, como mostra a Figura 2.10. Desta forma, foi possível obter a resposta em frequência da massa em relação à base, ambas na direção vertical (Z).

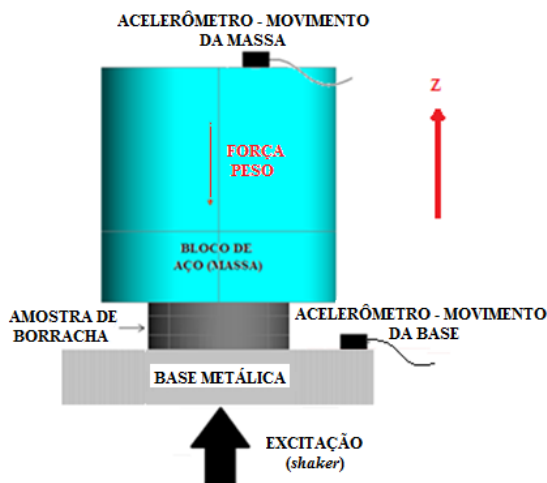


Figura 2.10 – Esquema da medição das propriedades da borracha via sistema de um grau de liberdade.

Para a obtenção dos dados de módulo de elasticidade e do fator de perda dos materiais em estudo, fez-se necessária uma avaliação preliminar de qual seria a massa dos blocos de aço colados sobre os batoques de borracha, blocos estes que seriam então prototipados para os ensaios.

Para isso, foram realizadas simulações preliminares em Elementos Finitos, como mostra a Figura 2.11.

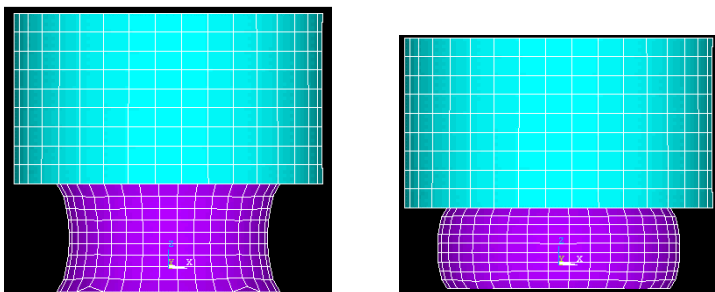


Figura 2.11 – Representação do modo na direção Z do sistema massa de aço e batoque de borracha excitado durante experimentos.

#### 2.4.3.1 Avaliação preliminar da massa dos blocos de aço

Para esta avaliação, foram realizadas análises harmônicas, usando o software comercial *ANSYS 11.0*. O objetivo foi calcular as massas para blocos de aço, bem como suas respectivas dimensões, de maneira que o sistema formado pelo bloco de aço e batoque de borracha pequeno tivesse sua frequência natural entre 50 e 400Hz. A intenção foi prototipar pelo menos três blocos de forma que se variando a temperatura do sistema em uma câmara climatizada, fosse possível obter as propriedades dinâmicas do material na faixa de frequência citada e a 25°C.

A Tabela 2.1 apresenta as dimensões dos dois tipos de batoques de borracha utilizados nas avaliações com a técnica do sistema de um grau de liberdade.

Tabela 2.1 – Dimensões dos batoques de borracha.

<b>Tipo</b>	<b>Altura [mm]</b>	<b>Diâmetro [mm]</b>
Batoque Grande	12	29
Batoque Pequeno	9	24

Primeiramente, a massa específica do Material 1 foi medida, utilizando-se uma balança de precisão e considerando a geometria do batoque pequeno, obtendo-se o valor de  $1088\text{kg/m}^3$ . Em seguida, utilizando-se o valor de dureza do composto (Shore A  $\sim 38$ ) e o nomográfico da Figura 2.3, obteve-se o valor para o módulo de Young da ordem de  $1,72\text{MPa}$ , lembrando que este valor seria apenas um valor inicial para uma situação estática, apesar de estar se fazendo uma análise harmônica. Para o aço foram considerados coeficiente de Poisson de 0,33, massa específica de  $7860\text{kg/m}^3$  e módulo de elasticidade de  $200\text{GPa}$ .

Assim sendo, considerando para a borracha coeficiente de Poisson de 0,499 (JONES, 2001) e desconsiderando os efeitos de amortecimento, foram obtidas as respostas em frequência do sistema, através de análises harmônicas pelo método direto. Nestas análises, os conjuntos simulados foram excitados com deslocamento unitário sob o batoque de borracha e a resposta foi medida em termos de deslocamento em um nó da superfície superior do bloco de aço. Além disso, os 2106 elementos de cada conjunto foram modelados como elementos hexaédricos com função de forma linear (*SOLID185*).

Cada análise harmônica de 5 a 400Hz, com intervalos de 5Hz, demandou cerca de sete minutos de um processador *Celeron* 1,8GHz, com memória RAM de 2,0Gb.

Os resultados podem ser vistos na Figura 2.12. A Tabela 2.2 mostra algumas características dos blocos de aço simulados.

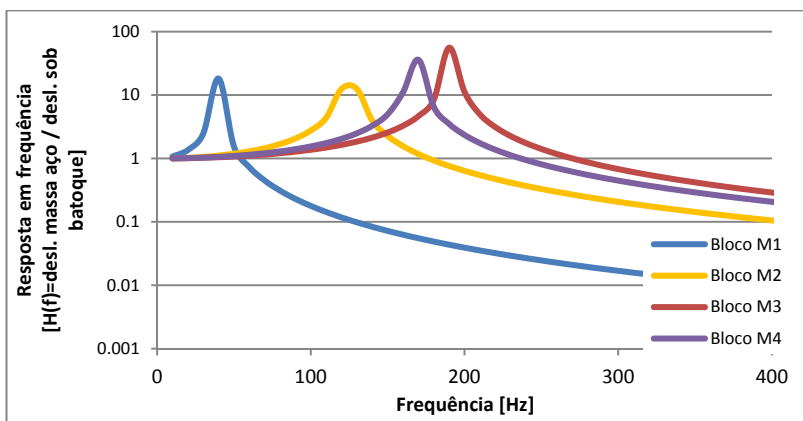


Figura 2.12 – Resposta em frequência numérica do sistema bloco de aço e batoque de borracha pequeno.

Tabela 2.2 – Características dos blocos de aço.

<b>Bloco</b>	<b>Massa [kg]</b>	<b>Altura [mm]</b>	<b>Diâmetro [mm]</b>
Massa M1	2,269	75	70
Massa M2	0,219	22	40
Massa M3	0,092	9,2	40
Massa M4	0,121	29	26

Conforme será exposto a seguir, somente três dos blocos de aço apresentados na Tabela 2.2 foram usados nos experimentos.

#### 2.4.3.2 Medições experimentais dos sistemas bloco de aço mais batoque de borracha

Mesmo sendo prototipada, teve-se dificuldade de utilizar a massa M1, visto a dificuldade de se colocar em equilíbrio um conjunto composto por esta massa colada sobre um batoque de borracha, independentemente de este ser do tipo pequeno ou grande. Assim sendo, as medições foram realizadas com as massas M2, M3 e M4, apenas.

Com base nas características do ensaio descritas no início da Seção 2.4.3, procederam-se medições de resposta em frequência de conjuntos batoque de borracha e massa de aço. O módulo de elasticidade foi obtido por ajuste de modelo (conforme será descrito na Seção 2.4.4) e o fator de perda foi obtido a partir do fator de amortecimento calculado diretamente pelo analisador *B&K Pulse 12.0*, assim como a frequência natural amortecida correspondente ao modo de vibração na direção da excitação.

Segundo Brüel & Kjaer (2003), o fator de perda  $\eta$  pode ser obtido do fator de amortecimento  $\zeta$ :

$$\eta = 2\zeta \quad . \quad (2.8)$$

Já o fator de amortecimento  $\zeta$  segundo Brüel & Kjaer (2003) é dado pelo método da banda de meia potência:

$$\zeta = \frac{f_2 - f_1}{2f_n} \quad , \quad (2.9)$$

onde  $f_n$  é a frequência natural para a qual o fator de amortecimento é calculado e  $f_2$  e  $f_1$  são as duas frequências mais próximas de  $f_n$  que

possuem metade da energia do pico dado por  $f_n$  ( $f_2$  sendo uma frequência mais alta que  $f_n$  e  $f_1$  mais baixa que  $f_n$ ).

Na Seção 2.4.4, também serão apresentadas tabelas dos valores de frequência natural amortecida e não-amortecida, módulo de elasticidade e fator de perda para as diferentes configurações de material, batoque de borracha e massas de aço medidos.

A Figura 2.13 mostra a montagem do conjunto batoque e massa sobre o *shaker*. Este conjunto foi montado no interior da câmara de climatização, para medições em diferentes temperaturas, variando de 0°C a 50°C, com escalonamentos de 5°C.

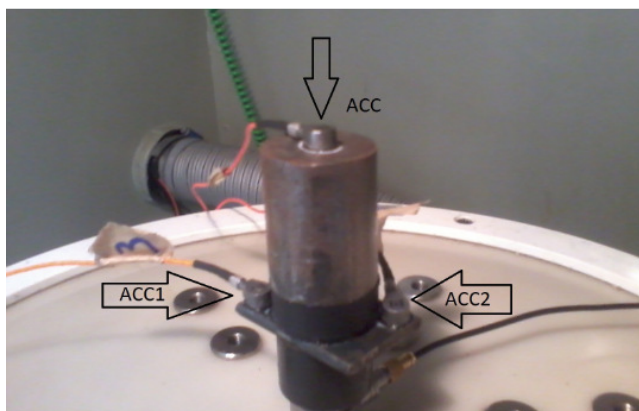


Figura 2.13 – Experimento para medição de propriedades.

## 2.4.4 Wicket Plot e Nomograma de Frequência Reduzida

### 2.4.4.1 Conceito de Wicket Plot

Conforme demonstrado nos itens anteriores, fica claro que a completa caracterização dinâmica de um material como a borracha se dá apenas com o ensaio deste em diferentes temperaturas e em faixas de frequência que compreendam a faixa de interesse.

Resulta destes ensaios um conjunto de curvas do Módulo de Elasticidade Real e do Fator de perda para várias temperaturas às quais o material foi medido (MEDEIROS JÚNIOR, 2010), que são exemplificados nas Figuras 2.14 e 2.15.

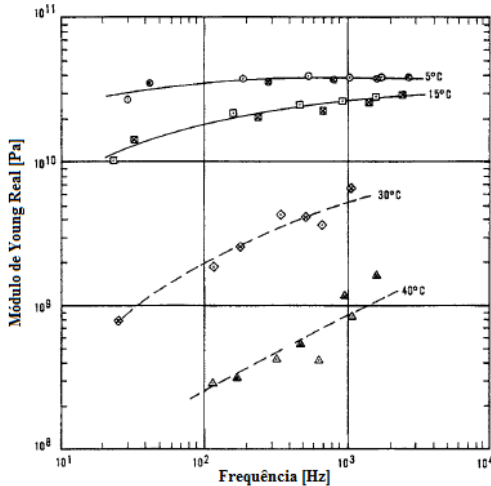


Figura 2.14 – Magnitude do Módulo de Young em função da frequência para várias temperaturas (ASTM E0756-05, 2005).

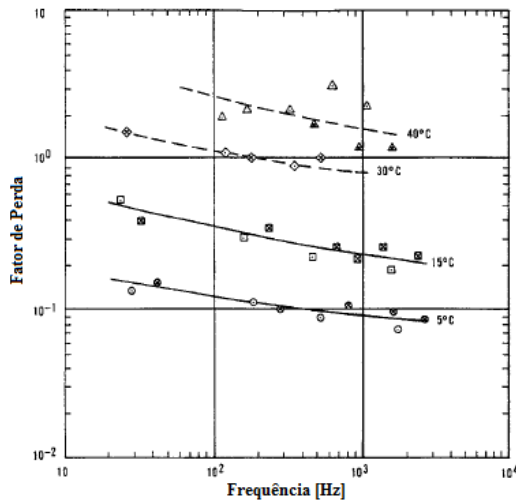


Figura 2.15 – Fator de Perda em função da frequência para várias temperaturas (ASTM E0756-05, 2005).

Com base nas informações obtidas, é possível construir um gráfico do fator de perda em função do Módulo de Elasticidade, conhecido como *Wicket Plot*. Serve também para identificar eventuais erros nas medições para caracterização de materiais.

Isto se deve ao fato que para a maioria dos polímeros, tais como a borracha, o Módulo de Elasticidade ( $E$ ) e o fator de perda ( $\eta$ ) são funções únicas da frequência reduzida ( $f\alpha(T)$ ) e um deve ser função do outro. Assim sendo, o *Wicket Plot*, apresentado na Figura 2.16, deve ser uma curva única, em que as variáveis temperatura e frequência são eliminadas, e que todas as medições válidas de fator de perda versus Módulo de Elasticidade devem se situar ou sobre a referida curva, ou próximas a ela. Assim, todos os pontos que se desviarem significativamente da curva podem ser considerados suspeitos (JONES, 2001).

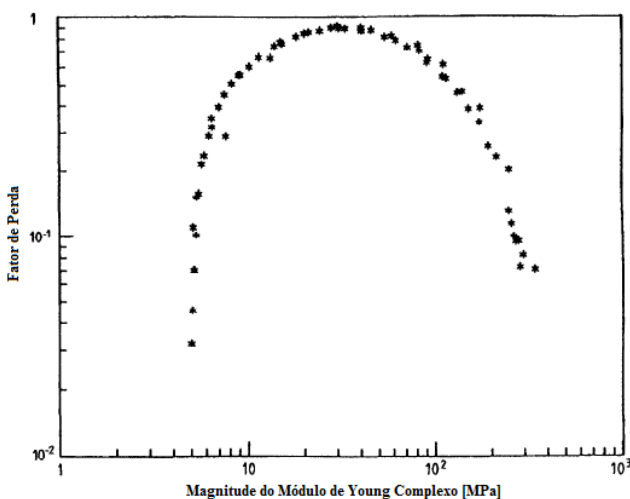


Figura 2.16 – *Wicket Plot* (ISO 10112, 1991).

#### 2.4.4.2 Conceito de Nomograma de Frequência Reduzida

O nomograma de frequência reduzida é uma maneira de apresentar dados de magnitude de Módulo de Elasticidade e de fator de perda, obtidos para diferentes temperaturas e frequências, em apenas duas curvas. Isto permite a extrapolação destes parâmetros para faixas de frequência e temperatura nas quais não houve medição (ASTM E0756-05, 2005).

O nomograma pode ser obtido a partir do Princípio da Superposição, estabelecido após inúmeras observações de medições das propriedades dinâmicas de materiais viscoelásticos. Por meio deste

princípio pode-se afirmar que as curvas das propriedades dinâmicas destes materiais, como a do fator de perda  $\eta$ , podem ser superpostas em uma temperatura de referência qualquer ( $T_0$ ), através de deslocamentos em frequência apropriados, formando assim uma curva mestre única para cada propriedade (MEDEIROS JÚNIOR, 2010).

Matematicamente, pode-se escrever, por exemplo, que o fator de perda  $\eta$  é função da frequência  $f$  e da temperatura  $T$ :

$$\eta = \eta(f, T) \quad . \quad (2.10)$$

Para materiais cujo Princípio da Superposição é válido, pode-se afirmar que as variáveis  $f$  e  $T$  podem ser expressas pelo produto da frequência por uma função da temperatura, conhecida como tempo de relaxação  $\tau$ :

$$\eta = \eta(f \cdot \tau(T)) \quad . \quad (2.11)$$

Assim, uma mudança em frequência é equivalente a uma mudança em temperatura. Define-se, então, o fator de deslocamento  $\alpha_T$ , que é uma relação entre o tempo de relaxação à temperatura  $T$  e o tempo de relaxação à temperatura  $T_0$ :

$$\alpha_T(T) = \frac{\tau(T)}{\tau(T_0)} \quad . \quad (2.12)$$

Considerando que o fator de relaxação à temperatura de referência é, para as duas principais relações para cálculo de fatores de deslocamento (WLF e *Arrhenius*), igual à unidade (ASTM E0756-05, 2005), tem-se que:

$$\eta = \eta(f \cdot \alpha_T(T)) \quad . \quad (2.13)$$

O tempo  $f \cdot \alpha_T(T)$  é definido como frequência reduzida:

$$f_R = f \cdot \alpha_T(T) \quad . \quad (2.14)$$

Portanto, o fator de perda pode ser expresso por:

$$\eta(f, T) = \eta(f_R) \quad . \quad (2.15)$$



Significa que o fator de perda a uma frequência  $f$  e a uma temperatura  $T$  é igual ao fator de perda a uma frequência reduzida  $f_R$  e a uma temperatura  $T_0$ , lembrando que  $\tau(T_0) = 1$ .

Já o módulo de elasticidade  $E$  pode ser descrito de forma análoga ao fator de perda:

$$E(f, T) = \left( \rho^T / \rho_0 T_0 \right) E(f_R), \quad (2.16)$$

sendo  $\rho$  a densidade do material à temperatura  $T$  e  $\rho_0$  a densidade à temperatura  $T_0$  (JONES, 2001; ANSI S2.24-2001, 2001). Deve-se destacar que as temperaturas neste cálculo devem ser absolutas (escala K).

Para consolidação dos nomogramas de frequência reduzida, é de fundamental importância o cálculo do fator de deslocamento. As duas principais relações para cálculo do fator de deslocamento, conforme destacado anteriormente, são as relações de Williams-Landel-Ferry (WLF) e *Arrhenius* (ASTM E0756-05, 2005).

A primeira delas é dada por:

$$\log[\alpha_T(T)] = -C_1 \frac{T-T_0}{B_1+T-T_0}, \quad (2.17)$$

sendo  $B_1$  e  $C_1$  constantes a serem determinadas.

Para a maioria dos materiais, segundo algumas referências (Springer Reference, 2012), tem-se que  $C_1$  igual a 17,4,  $B_1$  é 51,6K e  $T_0$  é a temperatura em que se tem a transição da região vítrea para a região de transição do material. Assim, a equação (2.17) transforma-se em:

$$\log[\alpha_T(T)] = -17,4 \frac{T-T_0}{51,6+T-T_0}. \quad (2.18)$$

Já a relação de *Arrhenius* é dada por:

$$\log[\alpha_T(T)] = T_A \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right), \quad (2.19)$$

sendo  $T_A$  também uma constante (JONES, 2001). Como a relação WLF é a mais largamente utilizada, esta será utilizada neste trabalho.

Um gráfico típico do fator de deslocamento em função da temperatura está mostrado na Figura 2.17.

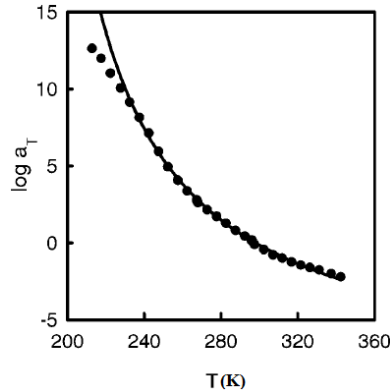


Figura 2.17 – Gráfico típico do fator de deslocamento pela temperatura (ANSI S2.24-2001, 2001).

Com base nas informações mostradas até o momento, é possível exibir o fator de perda e o módulo de elasticidade em nomogramas de frequência reduzida, conforme mostrado na Figura 2.18.

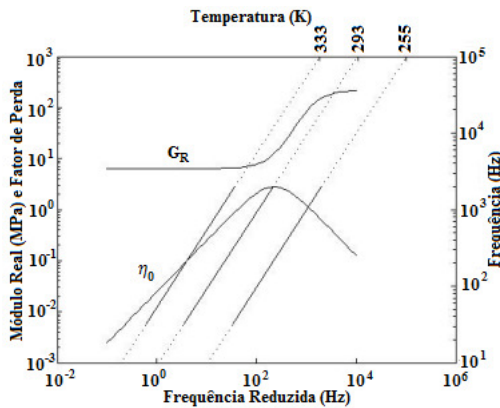


Figura 2.18 – Exemplo de nomograma de frequência reduzida (MEDEIROS JÚNIOR, 2010).

#### 2.4.4.3 Nomograma de Frequência Reduzida para Materiais 1, 2 e 3

Uma vez obtidas as funções resposta em frequência para cada configuração de teste e cada temperatura, na faixa de frequência até

400Hz, conforme item 2.4.3.2, foi possível obter a frequência natural amortecida e o respectivo fator de perda.

Um modelo numérico em elementos finitos foi desenvolvido para a determinação do módulo de elasticidade do material a partir de ajuste, tendo em vista os resultados experimentais. Para isto, foram usados os valores de frequência natural não amortecida, conforme Equação (2.20) apresentada em Jordan (2011):

$$f_{na} = \frac{f_a}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \quad , \quad (2.20)$$

onde  $f_{na}$  é a frequência natural não amortecida e  $f_a$  e  $\zeta$  são, respectivamente a frequência natural amortecida e o fator de amortecimento (igual à metade do fator de perda), obtidos diretamente do experimento.

A Figura 2.19 mostra uma resposta em frequência típica (Material 1, massa M3, a 20°C) obtida nestes ensaios.

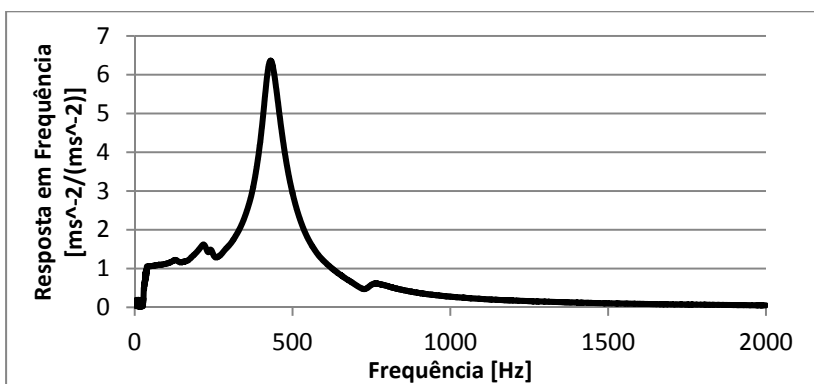


Figura 2.19 – Resposta em Frequência obtida do PULSE.

A rotina desenvolvida no *ANSYS 11.0* possui, basicamente, duas etapas:

a) considerou-se a deformação do batoque de borracha causada pela carga estática dos diferentes blocos de aço, utilizando-se como módulo de elasticidade estático o valor 1,72MPa (GENT, 2001);

b) a partir da malha deformada em a), foi feita uma análise modal, na qual não foi considerado o amortecimento. Foi variado o valor do módulo de elasticidade em incrementos de 0,025MPa, até obter o valor da frequência natural não amortecida obtida no respectivo experimento.

Assim, obtiveram-se os dados de fator de perda  $\eta$  e módulo de elasticidade  $E$ , mostrados nas Tabelas 2.3 a 2.10.

Tabela 2.3 – Dados para nomograma: Material 1, batoque pequeno, massa M3.

Temperatura (°C)	Dados Nomograma			
	Frequência amortecida (Hz)	Frequência não-amortecida (Hz)	Módulo de Elasticidade Real ( $E$ - MPa)	Fator de perda ( $\eta$ )
0	549,85	552,8	9,400	0,2065
5	499,4	501,4	7,725	0,1803
10	471,6	473,3	6,875	0,1675
15	451,3	452,9	6,300	0,1672
20	437	438,5	5,900	0,1629
25	423,25	424,6	5,525	0,1599
30	417,55	418,9	5,400	0,1584
35	401,7	403,0	4,975	0,1575
40	393,6	394,8	4,775	0,1571
45	386,75	387,9	4,625	0,1555
50	379,25	380,5	4,450	0,1597

Tabela 2.4 – Dados para nomograma: Material 1, batoque pequeno, massa M4.

Temperatura (°C)	Dados Nomograma			
	Frequência amortecida (Hz)	Frequência não-amortecida (Hz)	Módulo de Elasticidade Real ( $E$ - MPa)	Fator de perda ( $\eta$ )
0	476,55	478,7	9,175	0,189
5	430,6	432,2	7,475	0,1743
10	402,65	404,0	6,525	0,165
15	380,05	381,2	5,825	0,1583
20	375,3	376,4	5,675	0,1556
25	368,75	369,8	5,475	0,152
30	363,75	364,7	5,325	0,1465
35	354,7	355,7	5,050	0,1469
40	345,95	346,9	4,800	0,1478
45	336,55	337,5	4,550	0,148
50	328,9	329,8	4,350	0,1466

Tabela 2.5 – Dados para nomograma: Material 2, batoque grande, massa M2.

Temperatura (°C)	Dados Nomograma			
	Frequência amortecida (Hz)	Frequência não-amortecida (Hz)	Módulo de Elasticidade Real (E - MPa)	Fator de perda ( $\eta$ )
0	220,65	240,0	5,175	0,787
5	206,55	216,5	4,225	0,598
10	198,15	203,3	3,700	0,447
15	191,7	195,0	3,400	0,364
20	187,35	189,7	3,225	0,314
25	180,2	181,4	2,950	0,226
30	171,4	172,1	2,650	0,1766
35	168,45	169,0	2,575	0,1599
40	165,15	165,6	2,450	0,1468
45	164,2	164,6	2,425	0,1385
50	162,05	162,4	2,375	0,1307

Tabela 2.6 – Dados para nomograma: Material 2, batoque pequeno, massa M4.

Temperatura (°C)	Dados Nomograma			
	Frequência amortecida (Hz)	Frequência não-amortecida (Hz)	Módulo de Elasticidade Real (E - MPa)	Fator de perda ( $\eta$ )
0	345,65	394,9	6,250	0,967
5	319,55	342,1	4,700	0,714
10	297,65	308,5	3,800	0,525
15	282,8	289,0	3,350	0,413
20	271,55	275,1	3,025	0,321
25	265,15	267,7	2,875	0,278
30	259,55	261,5	2,750	0,245
35	248,6	249,8	2,500	0,1996
40	247,35	248,4	2,475	0,1871
45	240,95	241,9	2,350	0,1778
50	234,85	235,6	2,225	0,1645

Tabela 2.7 – Dados para nomograma: Material 3, batoque grande, massa M2.

Temperatura (°C)	Dados Nomograma			
	Frequência amortecida (Hz)	Frequência não-amortecida (Hz)	Módulo de Elasticidade Real (E - MPa)	Fator de perda ( $\eta$ )
0	205	208,4	3,900	0,361
50	169,95	170,3	2,600	0,1286

Tabela 2.8 – Dados para nomograma: Material 3, batoque pequeno, massa M3.

Temperatura (°C)	Dados Nomograma			
	Frequência amortecida (Hz)	Frequência não-amortecida (Hz)	Módulo de Elasticidade Real ( $E$ - MPa)	Fator de perda ( $\eta$ )
0	538,15	585,6	10,550	0,789
5	512,65	540,5	9,000	0,634
10	474,7	489,1	7,350	0,481
15	448,95	457,9	6,450	0,394
20	430,5	436,4	5,850	0,329
25	425,15	429,8	5,700	0,294
30	404,2	407,4	5,100	0,249
35	392,5	395,1	4,800	0,228
40	381,25	383,4	4,500	0,2096
45	367,5	369,3	4,200	0,1949
50	360,15	361,7	4,025	0,1859

Tabela 2.9 – Dados para nomograma: Material 3, batoque pequeno, massa M4.

Temperatura (°C)	Dados Nomograma			
	Frequência amortecida (Hz)	Frequência não-amortecida (Hz)	Módulo de Elasticidade Real ( $E$ - MPa)	Fator de perda ( $\eta$ )
0	514,85	552,9	12,250	0,729
5	468,6	488,3	9,550	0,563
10	437,5	448,7	8,050	0,445
15	417,8	424,7	7,225	0,359
20	400	404,9	6,575	0,311
25	380,2	383,6	5,900	0,265
30	383,3	386,8	6,000	0,268
35	367,65	370,1	5,500	0,228
40	354,05	356,0	5,075	0,21
45	342,65	344,3	4,750	0,1952
50	333,25	334,7	4,475	0,185

Tabela 2.10 – Dados para nomograma: Material 3, batoque grande, massa M3.

Temperatura (°C)	Dados Nomograma			
	Frequência amortecida (Hz)	Frequência não-amortecida (Hz)	Módulo de Elasticidade Real ( $E$ - MPa)	Fator de perda ( $\eta$ )
0	361,85	372,6	5,450	0,478
50	292	292,5	3,350	0,1157

Outro parâmetro importante para a construção dos nomogramas de frequência reduzida é o fator de deslocamento que, para ser calculado a partir da Equação (2.18), necessita do valor da temperatura de transição da região vítrea para a região de transição do material, em K. Este pode ser encontrado na Tabela 2.11, conforme Gent (2001).

Tabela 2.11 – Temperatura de transição para os materiais (GENT, 2001).

<b>Material</b>	<b>Temperatura de Transição, em °C</b>
Material 1	-55
Material 2	-60
Material 3	-72

Para a construção dos nomogramas de frequência reduzida, considerou-se, segundo Medeiros Júnior (2010), que:

$$\rho T / \rho_0 T_0 \approx 1 \quad . \quad (2.21)$$

Portanto:

$$E(f, T) = E(f_R) \quad . \quad (2.22)$$

Assim, seguindo recomendações descritas na norma ASTM E0756-05 (2005), alguns passos foram executados para a construção dos nomogramas de frequência reduzida:

- (i) Calcularam-se  $\alpha_T(T)$  e  $f_R(T)$  para cada temperatura e cada um dos materiais, segundo as Equações (2.18) e (2.14).
- (ii) Gráficos foram criados para cada material tendo os valores de  $E$  e  $\eta$ , descritos nas Tabelas 2.3 a 2.10, no eixo das ordenadas, e a frequência reduzida no eixo das abscissas.
- (iii) Construiu-se um segundo eixo das ordenadas, à direita dos gráficos, com valores de frequência, em Hz.
- (iv) Ao longo da linha  $f = 1\text{Hz}$ , foram marcados os valores de  $\alpha_T(T)$  para cada temperatura, sabendo-se que  $f_R(T) = 1 \cdot \alpha_T(T)$ .
- (v) Ao longo da linha  $f = 10\text{Hz}$ , marcaram-se pontos para cada temperatura, sabendo-se que  $f_R(T) = 10 \cdot \alpha_T(T)$ .
- (vi) A partir dos pontos marcados nos passos (iv) e (v), foram criadas linhas diagonais para temperaturas de  $0^\circ\text{C}$  a  $50^\circ\text{C}$  em cada um dos gráficos.

Finalmente, retas foram ajustadas para os valores de  $E$  e de  $\eta$  em cada gráfico, concluindo, assim, os nomogramas de frequência reduzida dos Materiais 1, 2 e 3, mostrados nas Figuras 2.20 a 2.22.

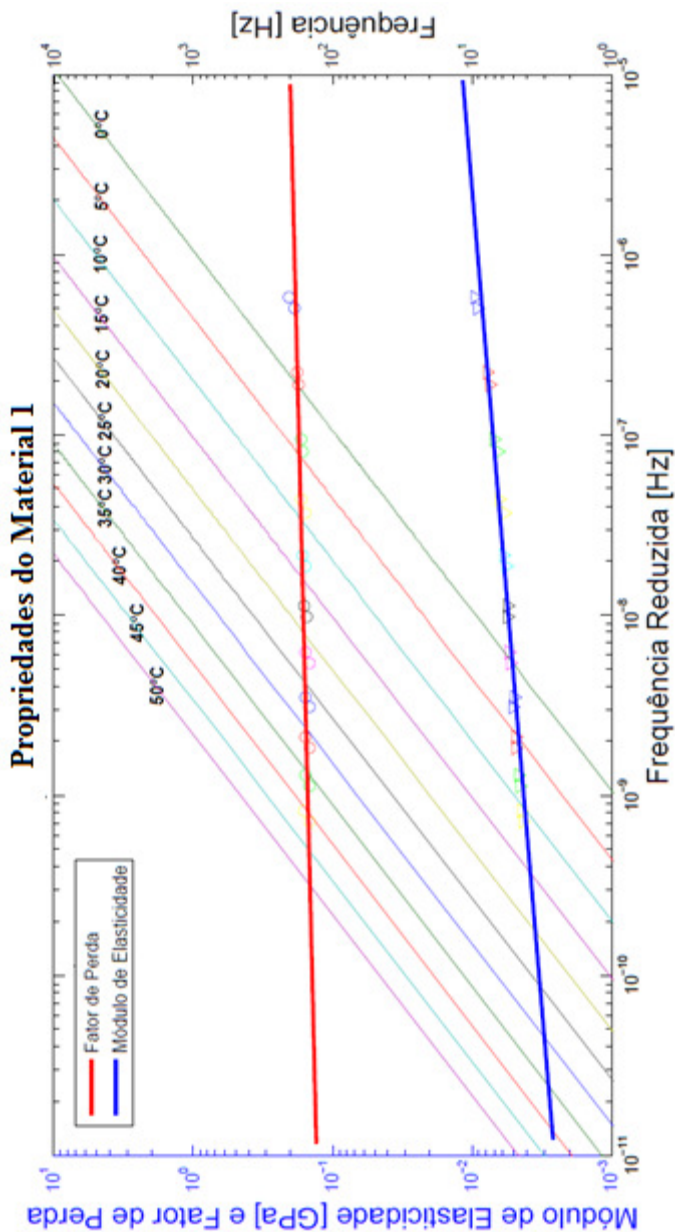


Figura 2.20 – Nomograma de frequência reduzida para o Material 1.



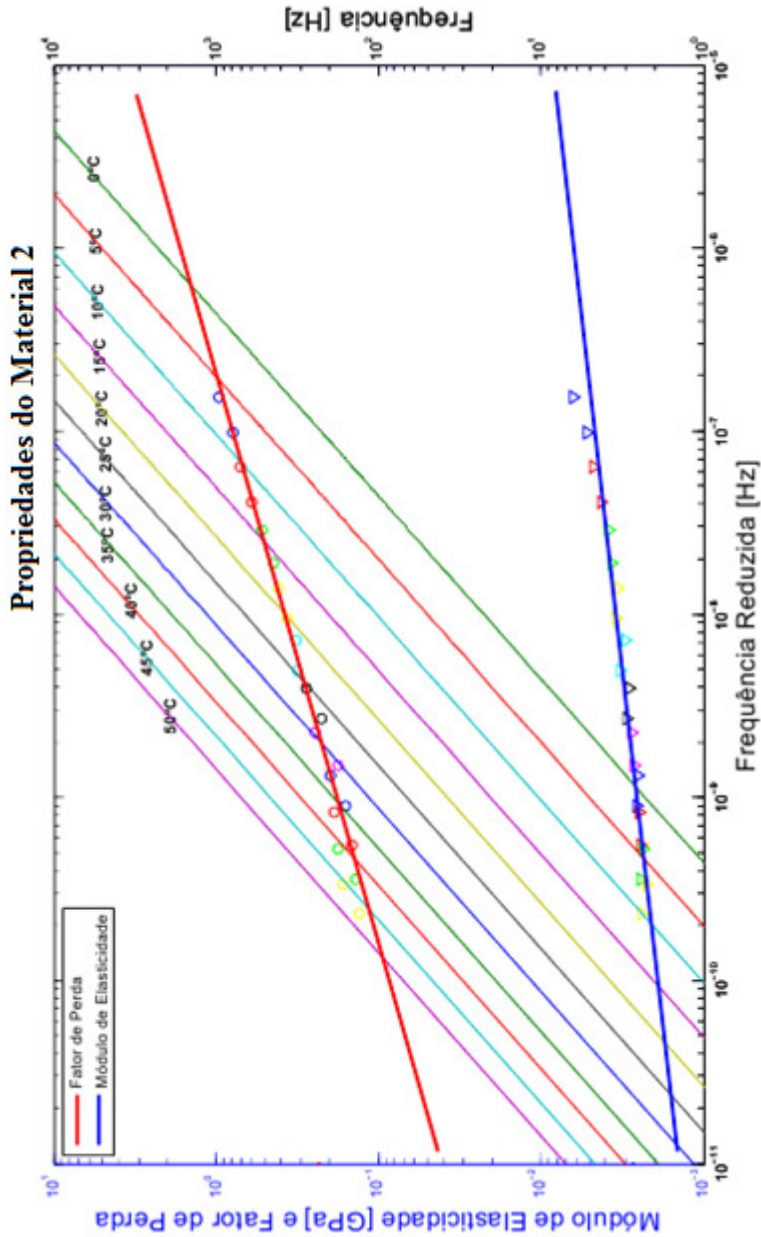


Figura 2.21 – Nomograma de frequência reduzida para o Material 2.

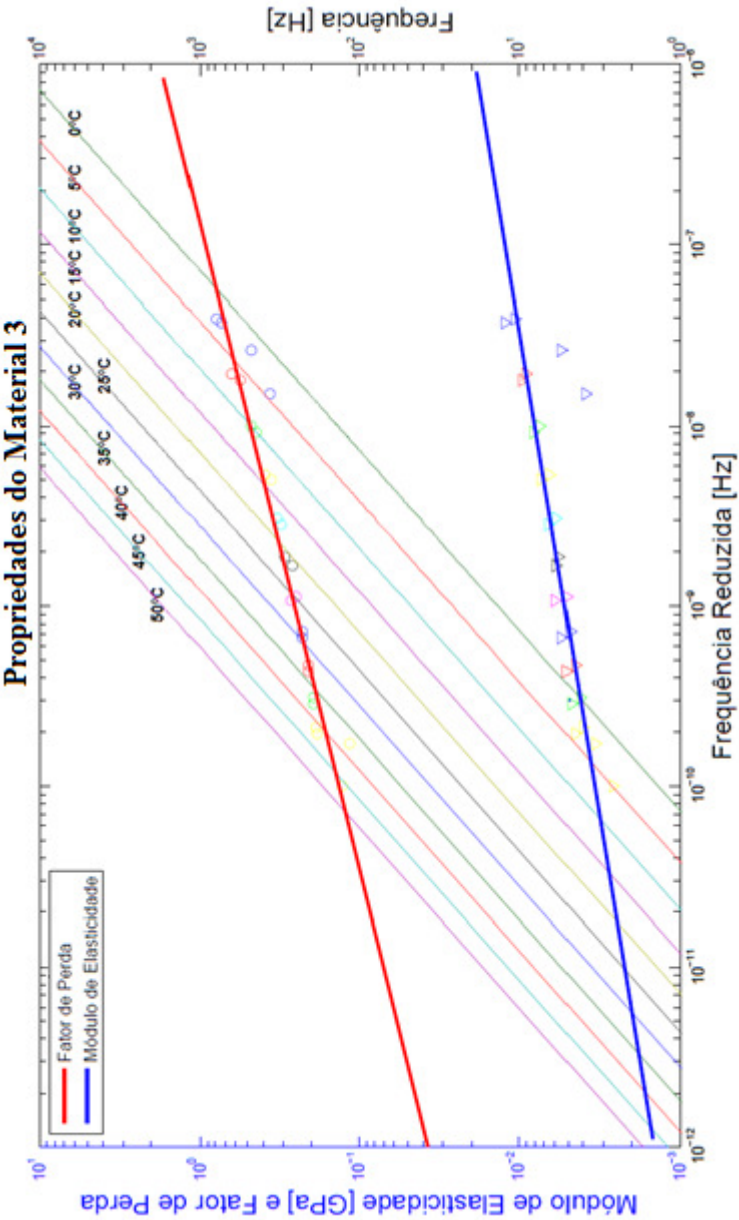


Figura 2.22 – Nomograma de frequência reduzida para o Material 3.

#### 2.4.4.4 Validação dos Resultados de Propriedades dos Materiais

De posse dos nomogramas obtidos, decidiu-se comparar algumas das curvas experimentais dos batoques obtidas a 25°C com análises harmônicas numéricas. As análises numéricas foram feitas com a rotina desenvolvida para o software *ANSYS 11.0* apresentada no Item 2.4.3.1 para frequências até 1000Hz, em intervalos de 6,25Hz.

As Figuras 2.23 a 2.30 mostram a comparação entre as funções resposta em frequência (FRF) experimentais, obtidas usando dois acelerômetros na base e um na massa posicionada sobre o batoque. Já as simulações numéricas usaram dados dos nomogramas de frequência reduzida das Figuras 2.20 a 2.22.

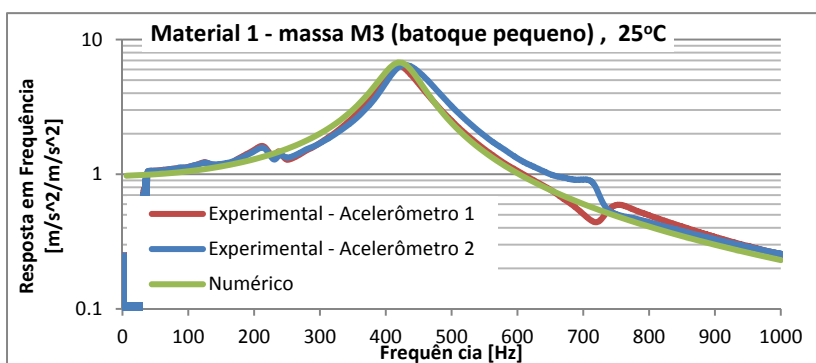


Figura 2.23 – Resposta do batoque pequeno de Material 1 sob a massa M3 a 25°C.

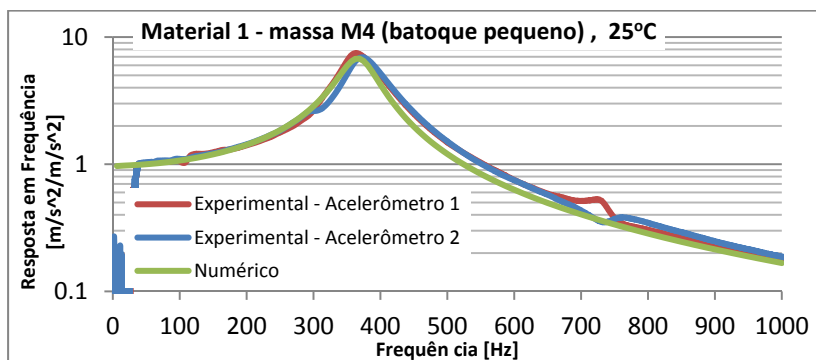


Figura 2.24 – Resposta do batoque pequeno de Material 1 sob a massa M4 a 25°C.

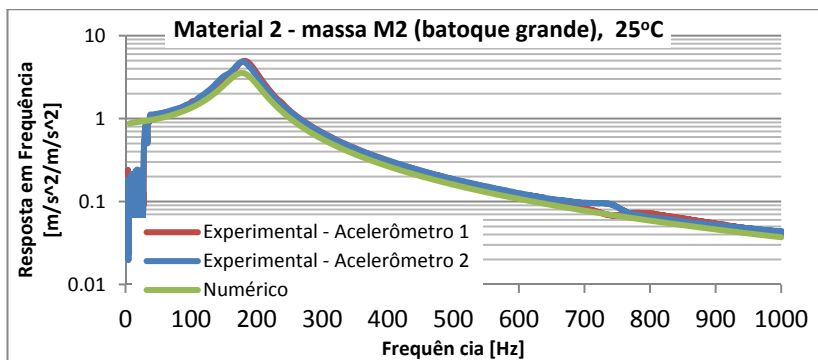


Figura 2.25 – Resposta do batoque grande de Material 2 sob a massa M2 a 25°C.

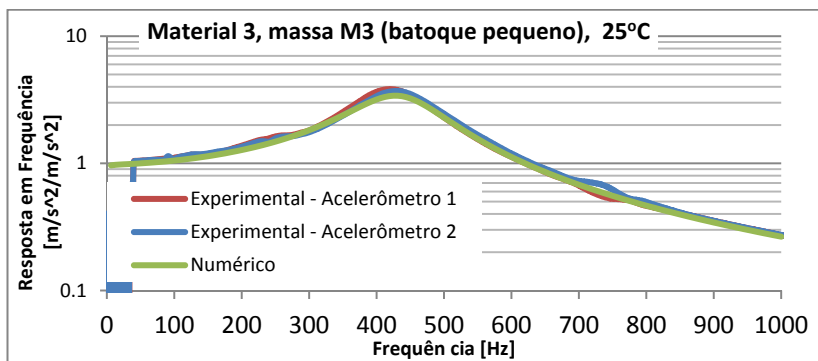


Figura 2.26 – Resposta do batoque pequeno de Material 3 sob a massa M3 a 25°C.

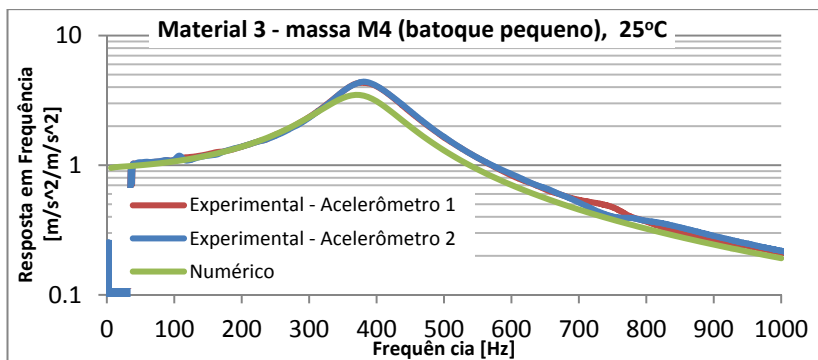


Figura 2.27 – Resposta do batoque pequeno de Material 3 sob a massa M4 a 25°C.

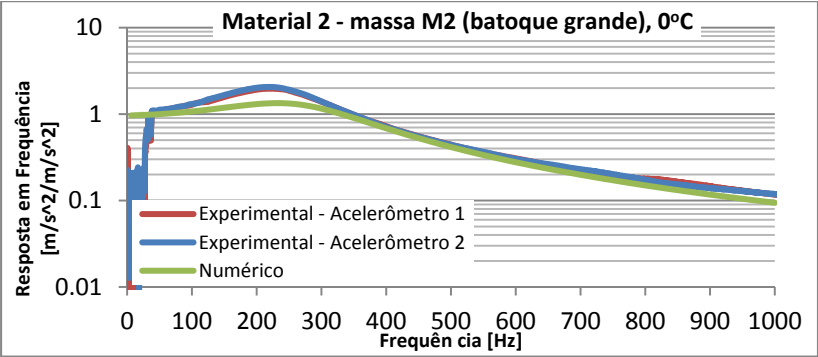


Figura 2.28 – Resposta do batoque grande de Material 2 sob a massa M2 a 0°C.

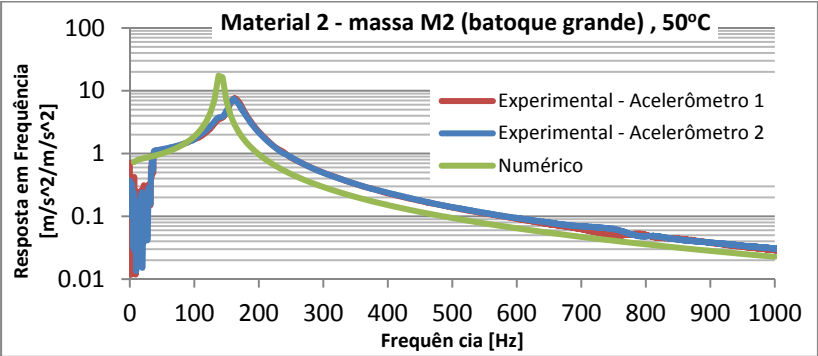


Figura 2.29 – Resposta do batoque grande de Material 2 sob a massa M2 a 50°C.

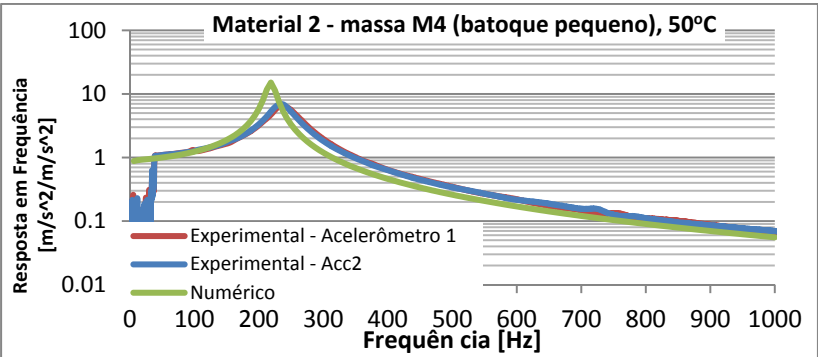


Figura 2.30 – Resposta do batoque pequeno de Material 2 sob a massa M4 a 50°C.

Observa-se, nas Figuras 2.23 a 2.30, de forma geral, uma boa concordância entre os resultados, independentemente da temperatura avaliada. Isto permite concluir que as propriedades dos materiais são consideradas adequadamente obtidas.

## 2.5 DETERMINAÇÃO DA RIGIDEZ ESTÁTICA DOS MATERIAIS

Os resultados de curvas de frequência reduzida, mostrados nas Figuras 2.20 a 2.22, estão em escala logarítmica e geram dúvidas a respeito dos valores para frequências tendendo a zero, isto é, para análises em casos estáticos, devido ao peso próprio dos componentes apoiados sobre os isoladores.

Assim, utilizou-se uma Máquina Universal de Ensaio DL2000, bem como batoques de borracha grandes, com dimensões descritas na Tabela 2.1. No ensaio, este dispositivo impõe uma carga compressiva na superfície circular do batoque de borracha de até 1mm, sendo o teste de compressão realizado à velocidade de 1mm/minuto.

As Figuras 2.31 e 2.32 ilustram o dispositivo e um dos batoques utilizados no ensaio, respectivamente.



Figura 2.31 – Figura do dispositivo que mede rigidez.



Figura 2.32 – Batoque grande.

A partir dos testes executados no dispositivo ilustrado na Figura 2.31 com três batoques grandes feitos de cada material, obtiveram-se curvas de força, em N, em função da deformação, em mm. A estas curvas foi ajustado um modelo numérico tridimensional de batoque de borracha em elementos finitos desenvolvido igualmente no software comercial *ANSYS 11.0* (729 elementos do tipo *SOLID185*), como mostra a Figura 2.33.

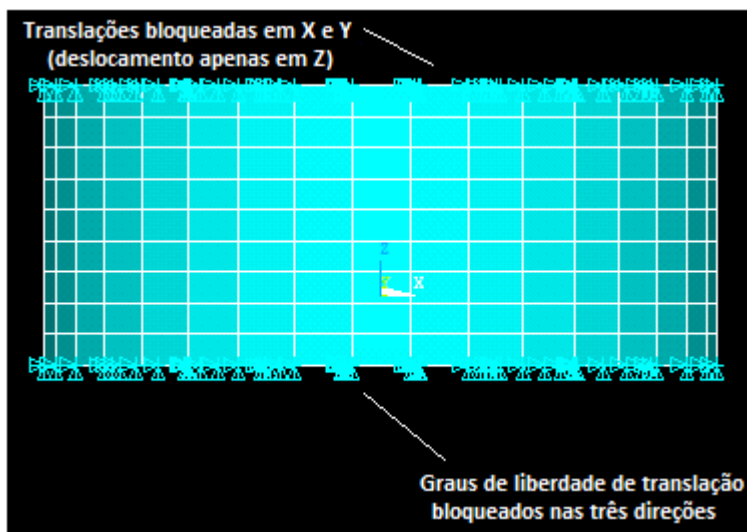


Figura 2.33 – Modelo numérico desenvolvido em *ANSYS 11.0* (na superfície superior há apenas deslocamento em  $-Z$ ).

Visto que no experimento não se observou movimento relativo entre as superfícies circulares do batoque de borracha e a máquina universal de ensaio, no modelo numérico da Figura 2.33 foram bloqueados os graus de liberdade de translação dos nós na superfície inferior do batoque de borracha. Já na superfície superior, foi permitido apenas o deslocamento na direção da deformação (direção Z), bloqueando-se a translação dos nós nas outras duas direções.

Calculou-se então, no modelo numérico, a força de reação sobre a superfície na qual o batoque de borracha estava apoiado a partir de cada incremento de deslocamento até o deslocamento de 1mm.

A deformação máxima imprimida no batoque de borracha no modelo em elementos finitos pode ser visualizada na Figura 2.34.

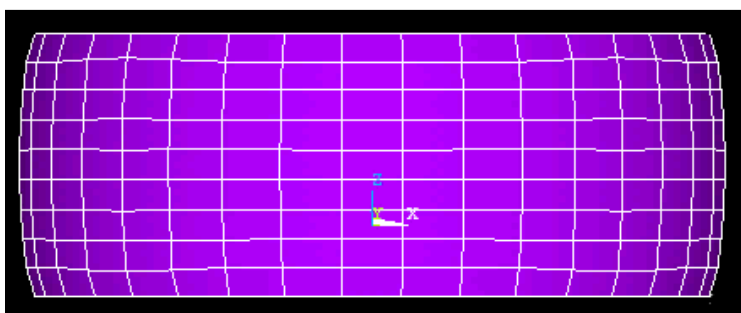


Figura 2.34 – Deformação de 1mm do batoque grande.

Nas Figuras 2.35 a 2.37, faz-se uma comparação entre as três curvas experimentais de força por deformação para cada material com a melhor curva numérica ajustada, em função do módulo de elasticidade, para a deformação máxima de 0,5mm. Este valor de deformação foi assim escolhido, pois se sabe que a deformação que um compressor exerce sobre um isolador de borracha é igual ou inferior a 0,5mm.



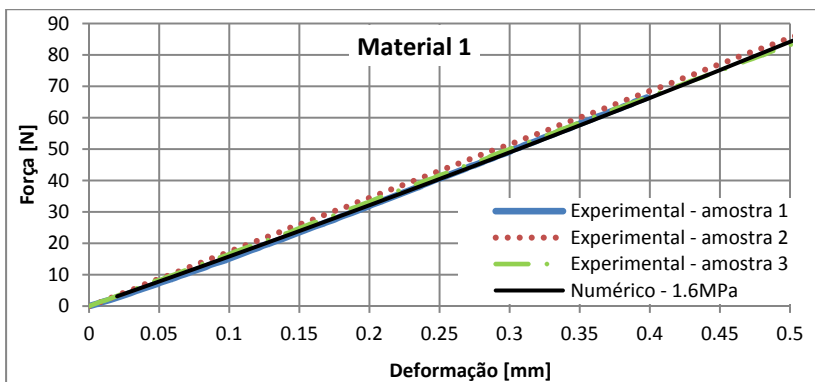


Figura 2.35 – Curva de Força x deformação para batoque de Material 1.

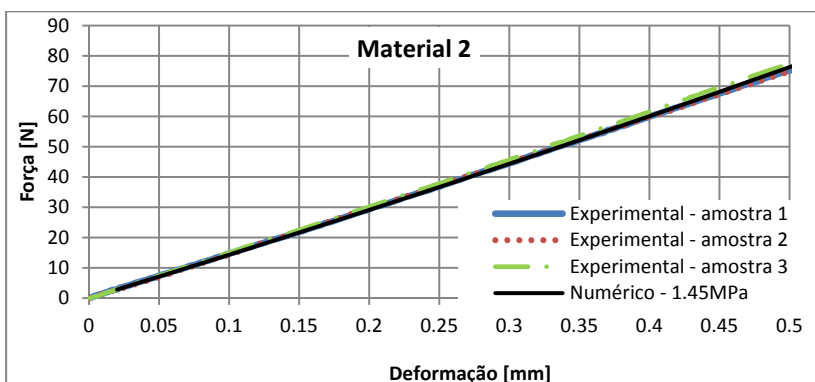


Figura 2.36 – Curva de Força x deformação para batoque de Material 2.

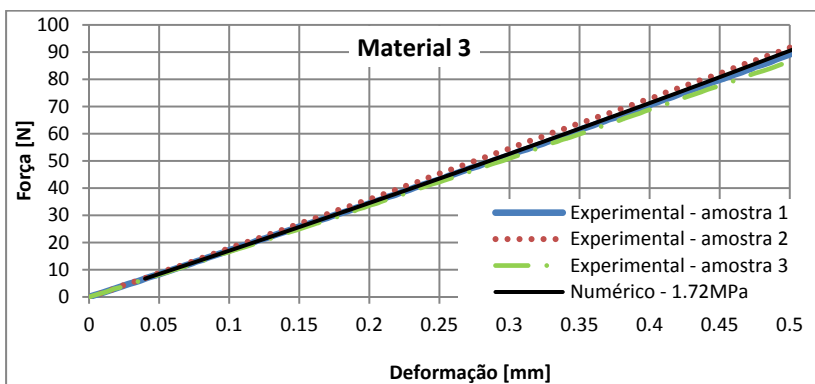


Figura 2.37 – Curva de Força x deformação para batoque de Material 3.

A tabela 2.12 mostra a rigidez dos batoques de borracha (numérica e experimental), bem como o módulo de elasticidade do respectivo material calculado pelo modelo numérico.

Tabela 2.12 – Rigidez e módulo de elasticidade estáticos dos materiais avaliados.

Material	Rigidez (N/mm) para deformação de 0,5mm				E (MPa)
	Experimental Amostra 1	Experimental Amostra 2	Experimental Amostra 3	Numérico	Numérico e Estático
Material 1	166,9	170,8	166,3	168,4	1,60
Material 2	150,3	149,5	154,9	152,5	1,45
Material 3	179,0	183,1	177,8	181,0	1,72

Assim sendo, para situações estáticas (na consideração do peso próprio de um compressor sobre o isolador, por exemplo), será utilizado o módulo de elasticidade das curvas numéricas das Figuras 2.35 a 2.37. Já para situações dinâmicas (deformação do isolador durante o funcionamento do compressor), serão consideradas as propriedades extraídas dos nomogramas de frequência reduzida criados para cada material, mostrados nas Figuras 2.20 a 2.22.

### 3 MODELO FEM DE ISOLADOR E VALIDAÇÃO

Após a etapa de caracterização das propriedades dos materiais dos isoladores, foram construídos modelos numéricos em elementos finitos de dois isoladores, sendo um fabricado com material 1 e outro com material 2, os quais foram validados (não havia nenhum isolador fabricado com o material 3). As propriedades caracterizadas no capítulo anterior serão aqui usadas nos modelos numéricos.

Esta etapa de construção de modelos dos isoladores e de validação é dividida em duas fases. A primeira é relacionada às solicitações estáticas aplicadas ao isolador, representando o peso de um compressor. Já a segunda fase é construída a partir da primeira e é relacionada às solicitações dinâmicas impostas sobre o isolador, a exemplo dos esforços que um compressor exerce durante seu funcionamento.

Na construção do modelo numérico dinâmico de isolador e na validação do mesmo foi considerado, inicialmente, um bloco de aço de 5,29kg, que representa simplificadaamente a massa de um compressor típico de refrigeração. Esta massa de aço é composta por um bloco de aço de 150mm de comprimento, 120mm de largura e 36,5mm de altura, no qual foram soldadas placas base de compressor com 2,65mm de espessura. A Figura 3.1 mostra o conjunto do bloco de aço soldado às placas base e montado sobre isoladores. A Figura 3.2 mostra especificamente o modelo da placa base usada no presente trabalho, com suas respectivas furações interna e externa.



Figura 3.1 – Foto do bloco de aço usado para validação do modelo de isolador, montado sobre isolador 1.

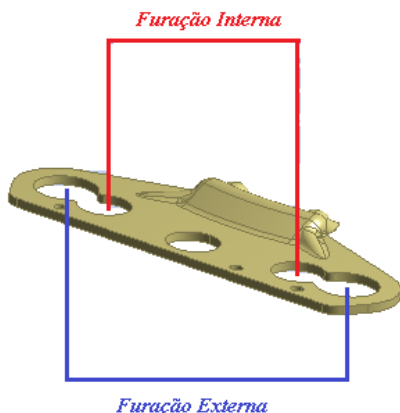


Figura 3.2 – Placa base soldada ao bloco de aço.

### 3.1 MODELO NUMÉRICO DO ISOLADOR E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL – CASO ESTÁTICO

O modelo em elementos finitos da deformação estática dos isoladores foi feito usando os valores do módulo de elasticidade de cada material, apresentados na Tabela 2.12. Para tanto, foram avaliados o isolador 1 (Figura 3.3), fabricado com material 1, para furação externa da placa base, e o isolador 2 (Figura 3.4), fabricado com material 2, para furação interna da placa base.

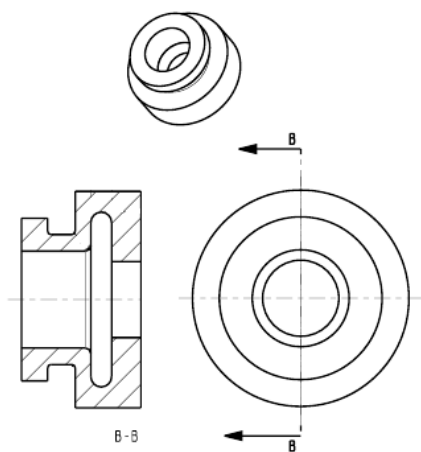


Figura 3.3 – Representação esquemática do isolador 1.

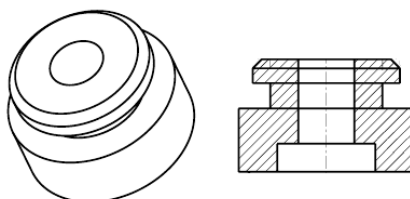


Figura 3.4 – Representação esquemática do isolador 2.

Para construir o modelo geométrico de isolador utilizado na análise estática, considerou-se apenas a parte útil do ponto de vista de rigidez do mesmo, ou seja, a parte do isolador sobre a qual a placa base do compressor está apoiada, o que pode ser visto na Figura 3.5.

Para satisfazer esta necessidade do modelo, foi necessário fazer um corte na geometria do mesmo, excluindo toda parte do isolador localizada acima da placa base do compressor.

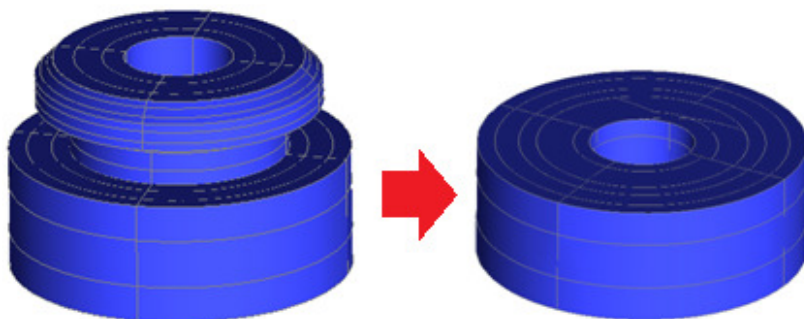


Figura 3.5 – Representação esquemática do isolador cortado.

Além da geometria adaptada do isolador, consideraram-se, para todos os nós da superfície inferior do isolador, deslocamentos nulos nas três direções. Já na superfície em contato com a placa base do compressor, foi prescrito um deslocamento variável na faixa de 0,02 a 0,5mm, em intervalos de 0,02mm. Deve-se mencionar que a deformação de 0,5mm é um pouco maior que a deformação imposta pelo próprio compressor quando em operação de acordo com Porto (2010).

O objetivo da simulação em elementos finitos usando o software *ANSYS 11.0* é calcular a força de reação, em N, na superfície sobre a qual o isolador está apoiado, em função da deformação, em mm. Um esquema representando a referida simulação pode ser visualizado na Figura 3.6, na qual foram usados elementos do tipo *SOLID185*.

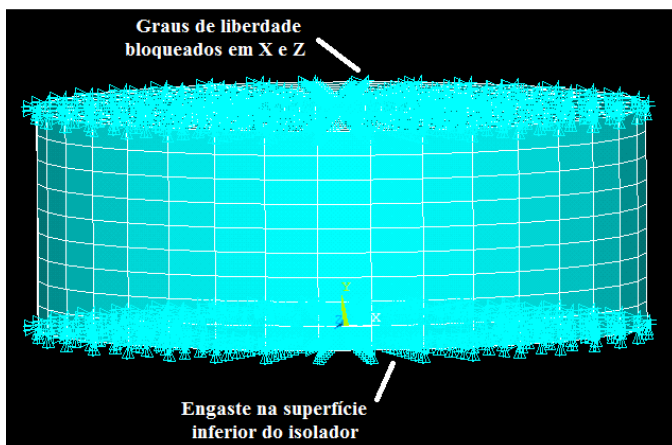


Figura 3.6 – Esquema – modelo em elementos finitos para cálculo de rigidez dos isoladores.

Os valores de rigidez estática calculados numericamente para a deformação de 0,5mm para os isoladores 1 e 2 estão mostrados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Rigidez estática dos isoladores 1 e 2.

<b>Isolador</b>	<b>Material</b>	<b>Rigidez (N/mm)</b>
1	Material 1	36,2
2	Material 2	39,8

Para a validação do modelo numérico referente à deformação estática, utilizou-se novamente a Máquina Universal de Ensaio ilustrada na Figura 2.31. A exemplo do estudo feito para o cálculo do módulo de elasticidade estático dos diferentes materiais, os ensaios realizados para a obtenção das curvas de força, em N, em função da deformação, em mm, para os isoladores também foi obtida à velocidade de 1mm/minuto.

As Figuras 3.7 e 3.8 mostram os isoladores 1 e 2, conforme cortados e utilizados na medição da curva de força de reação do isolador no dispositivo em função da deformação.

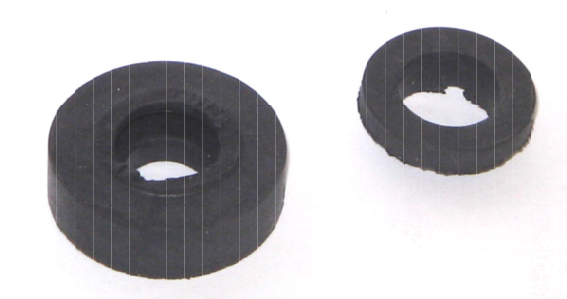


Figura 3.7 – Isolador 1, com parte do isolador usada na Máquina Universal de Ensaio (esquerda) e parte cortada (direita).

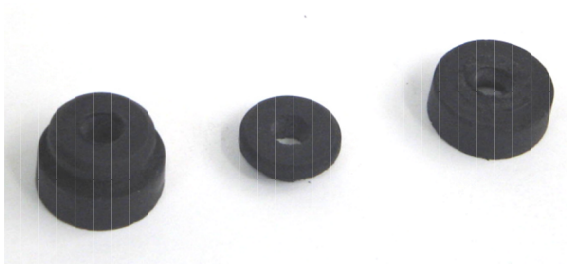


Figura 3.8 – Isolador 2, com isolador intacto (esquerda), parte cortada (centro) e parte usada na Máquina Universal de Ensaio (direita).

A comparação entre as curvas numérica (em elementos finitos) e experimental de força em função da deformação para os isoladores 1 e 2 está mostrada nas Figuras 3.9 e 3.10, respectivamente.

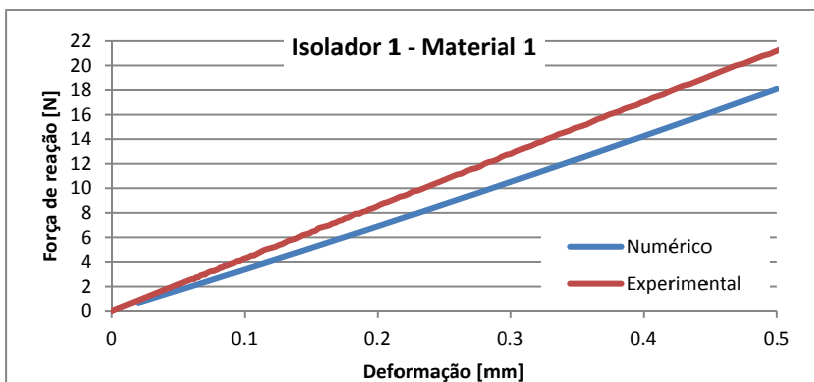


Figura 3.9 – Comparação curvas numérica e experimental de Força de reação na base em função da deformação na superfície do Isolador 1 (Material 1).

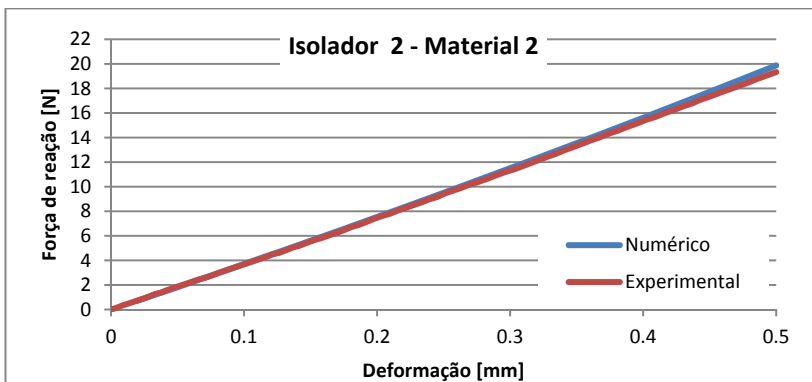


Figura 3.10 – Comparação curvas numérica e experimental de Força de reação na base em função da deformação na superfície do Isolador 2 (Material 2).

Observa-se das figuras acima, uma boa concordância das curvas no caso do isolador 2, fabricado com o Material 2, já que há uma diferença inferior a 3% entre as curvas no ponto em que as mesmas estão mais afastadas.

No caso do isolador 1, fabricado com o Material 1, o erro é maior (cerca de 15%) para a deformação de 0,5mm, o que é aceitável, tendo em vista que o corpo de prova com o qual se obteve o módulo de elasticidade possuía dureza Shore A 38 e os isoladores podem ser feitos com material de dureza Shore A variando de 32 a 42. Pela Figura 2.3, conclui-se que o módulo de elasticidade varia mais de 15% quando a dureza Shore A varia de 32 a 38.

### 3.2 MODELO NUMÉRICO DE ISOLADOR – CASO DINÂMICO

A avaliação do comportamento dinâmico dos isoladores foi realizada utilizando o bloco de aço montado sobre quatro isoladores, como mostra a Figura 3.1. A avaliação utiliza o método dos elementos finitos sob duas perspectivas: a primeira a partir de uma análise modal, a fim de se avaliar os modos de corpo rígido do sistema e a segunda a partir das respostas dinâmicas.

Para ambas as análises, considerou-se a deformação estática obtida de simulações em elementos finitos do isolador devido ao peso próprio do bloco de aço, validada no item anterior.



Faz-se, no entanto, necessária uma revisão sobre a dinâmica de corpos rígidos.

### 3.2.1 Corpo rígido suportado por elementos resilientes

Antes de se avaliar propriamente os modos de corpo rígido do bloco de aço montado sobre isoladores, cabem algumas definições.

Segundo Harris e Piersol (2002), um corpo rígido é definido por uma massa  $m$ , cuja aceleração  $\ddot{x}$  é, segundo a 2ª Lei de Newton, proporcional à resultante  $F$  de todas as forças atuantes sobre a massa, segundo a Equação (3.1) e conforme a Figura 3.11:

$$F = m \cdot \ddot{x}. \quad (3.1)$$

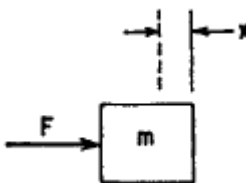


Figura 3.11 – Corpo Rígido (HARRIS; PIERSOL, 2002).

Já um elemento resiliente é considerado um elemento tridimensional tendo duas terminações e que, quando as terminações são movimentadas uma em relação à outra em qualquer direção, o elemento resiste estruturalmente a tal movimento (HARRIS; PIERSOL, 2002).

Assim sendo, pode-se considerar o bloco de aço montado sobre isoladores como sendo um corpo rígido suportado por elementos resilientes.

#### 3.2.1.1 Equações de movimento de um corpo rígido suportado por elementos resilientes

Na Figura 3.12 é apresentado esquematicamente um corpo rígido, tendo um sistema de coordenadas  $X, Y, Z$  com origem no centro de massa deste corpo. Além disso, é considerado um sistema de coordenadas  $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$  fixo no espaço. Quando o corpo é submetido apenas à aceleração da gravidade os dois sistemas de coordenadas são coincidentes.

Consideram-se igualmente os deslocamentos translacionais do centro de massa do corpo como sendo  $x_c$ ,  $y_c$  e  $z_c$  nas direções  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$  e  $\bar{Z}$ , respectivamente. Já as rotações em torno das direções  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  são dadas por  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ .

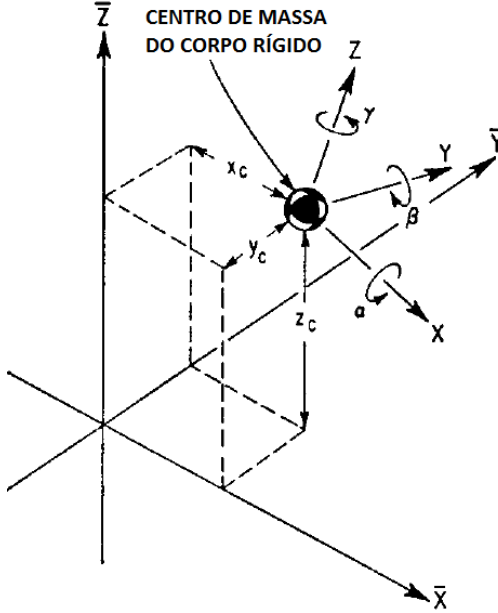


Figura 3.12 – Sistema de coordenadas para o movimento de um corpo rígido (HARRIS; PIERSOL, 2002).

Segundo Harris e Piersol (2002), as equações diferenciais que definem o movimento do corpo rígido são:

$$F_x = m \cdot \ddot{x}_c \quad , \quad (3.2)$$

$$F_y = m \cdot \ddot{y}_c \quad , \quad (3.3)$$

$$F_z = m \cdot \ddot{z}_c \quad , \quad (3.4)$$

$$M_x = I_{xx} \cdot \ddot{\alpha} - I_{xy} \cdot \ddot{\beta} - I_{xz} \cdot \ddot{\gamma} \quad , \quad (3.5)$$

$$M_y = -I_{xy} \cdot \ddot{\alpha} + I_{yy} \cdot \ddot{\beta} - I_{yz} \cdot \ddot{\gamma} \quad , \quad (3.6)$$

$$M_z = -I_{yz} \cdot \ddot{\alpha} - I_{yz} \cdot \ddot{\beta} + I_{zz} \cdot \ddot{\gamma} \quad , \quad (3.7)$$

onde  $F_x$ ,  $F_y$  e  $F_z$  são as forças atuantes no centro de massa do corpo nas direções  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$  e  $\bar{Z}$ , respectivamente,  $M_x$ ,  $M_y$  e  $M_z$  são os momentos atuantes nas três direções e  $I_{xx}$ ,  $I_{xy}$ ,  $I_{xz}$ ,  $I_{yy}$ ,  $I_{yz}$  e  $I_{zz}$  são momentos de inércia.

Na Figura 3.13 é apresentado um corpo rígido, no qual cada elemento resiliente é representado por três mutuamente perpendiculares combinações de mola e amortecedor. Nesta figura, uma das terminações de cada elemento resiliente é fixada ao corpo rígido, enquanto a outra terminação é considerada fixada a uma base rígida.

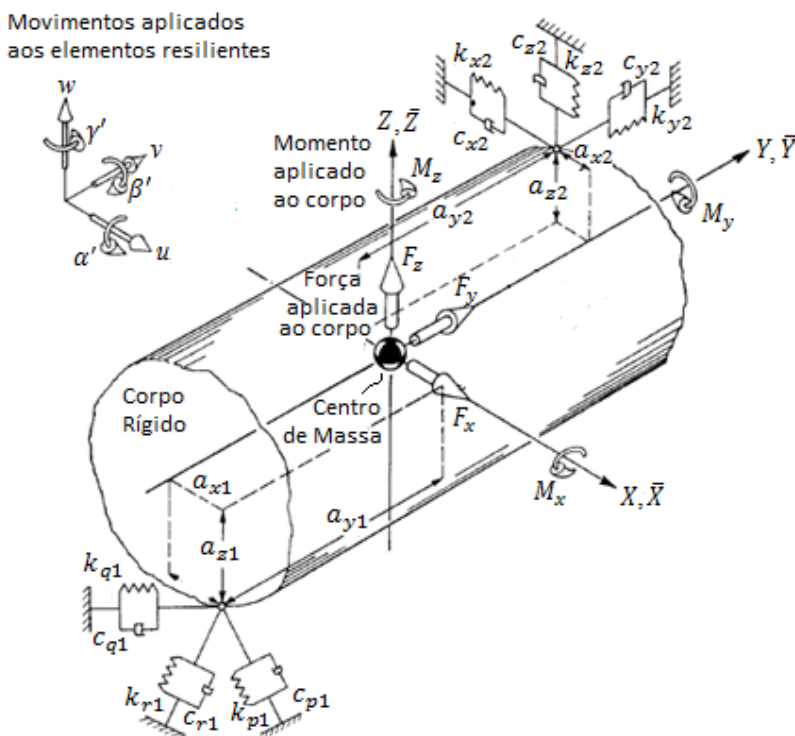


Figura 3.13 – Corpo rígido suportado por elementos resilientes (HARRIS; PIERSOL, 2002).

Na Figura 3.13, um elemento resiliente típico é representado por molas e amortecedores viscosos dispostos paralelos aos eixos  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$  e  $\bar{Z}$ , enquanto outro elemento resiliente tem seus eixos principais não paralelos aos eixos  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$  e  $\bar{Z}$ .

Os deslocamentos translacionais paralelos aos mesmos eixos dos elementos resilientes são denotados por  $u$ ,  $v$  e  $w$ . Já os deslocamentos rotacionais dos elementos resilientes em torno de  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$  e  $\bar{Z}$  são dados, respectivamente, por  $\alpha'$ ,  $\beta'$  e  $\gamma'$ . Além disso, os termos  $a_x$ ,  $a_y$  e  $a_z$  indicam a distância entre o centro de massa do corpo e o ponto em que os elementos resilientes estão fixados ao corpo.

Segundo Harris e Piersol (2002), para um corpo rígido conforme mostrado na Figura 3.13, com movimentos  $x_c$ ,  $y_c$ ,  $z_c$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ , submetido aos esforços  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$ ,  $M_x$ ,  $M_y$  e  $M_z$  aplicados no centro de massa do corpo, desconsiderando os efeitos dos amortecedores viscosos, pode-se escrever as seis equações de movimento:

$$\begin{aligned} m \cdot \ddot{x}_c + \sum k_{xx}(x_c - u) + \sum k_{xy}(y_c - v) + \sum k_{xz}(z_c - w) + \\ + \sum (k_{xz}a_y + k_{xy}a_z)(\alpha - \alpha') + \sum (k_{xx}a_z + k_{xz}a_x)(\beta - \beta') + \\ + \sum (k_{xy}a_x + k_{xx}a_y)(\gamma - \gamma') = F_x \quad , \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} m \cdot \ddot{y}_c + \sum k_{xy}(x_c - u) + \sum k_{yy}(y_c - v) + \sum k_{yz}(z_c - w) + \\ + \sum (k_{yz}a_y + k_{yy}a_z)(\alpha - \alpha') + \sum (k_{xy}a_z + k_{yz}a_x)(\beta - \beta') + \\ + \sum (k_{yy}a_x + k_{xy}a_y)(\gamma - \gamma') = F_y \quad , \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} m \cdot \ddot{z}_c + \sum k_{xz}(x_c - u) + \sum k_{yz}(y_c - v) + \sum k_{zz}(z_c - w) + \\ + \sum (k_{zz}a_y + k_{yz}a_z)(\alpha - \alpha') + \sum (k_{xz}a_z + k_{zz}a_x)(\beta - \beta') + \\ + \sum (k_{yz}a_x + k_{xz}a_y)(\gamma - \gamma') = F_z \quad , \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} I_{xx} \cdot \ddot{\alpha} - I_{xy} \cdot \ddot{\beta} - I_{xz} \cdot \ddot{\gamma} + \sum (k_{xz}a_y - k_{xy}a_z)(x_c - u) + \\ + \sum (k_{yz}a_y - k_{yy}a_z)(y_c - v) + \sum (k_{zz}a_y - k_{yz}a_z)(z_c - w) + \\ + \sum (k_{yy}a_z^2 + k_{zz}a_y^2 - 2k_{yz}a_ya_z)(\alpha - \alpha') + \\ + \sum (k_{xz}a_ya_z + k_{yz}a_xa_z - k_{zz}a_xa_y - k_{xy}a_z^2)(\beta - \beta') + \end{aligned}$$

$$+ \sum (k_{xy}a_ya_z + k_{yz}a_xa_y - k_{yy}a_xa_z - k_{xy}a_y^2)(\gamma - \gamma') = M_x, \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} & -I_{xy} \cdot \ddot{\alpha} + I_{yy} \cdot \ddot{\beta} - I_{yz} \cdot \ddot{\gamma} + \sum (k_{xx}a_z - k_{xz}a_x)(x_c - u) + \\ & + \sum (k_{xy}a_z - k_{yz}a_x)(y_c - v) + \sum (k_{xz}a_z - k_{zz}a_x)(z_c - w) + \\ & + \sum (k_{xx}a_ya_z + k_{yz}a_xa_z - k_{zz}a_xa_y - k_{xy}a_z^2)(\alpha - \alpha') + \\ & + \sum (k_{xx}a_z^2 + k_{zz}a_x^2 - 2k_{xz}a_xa_z)(\beta - \beta') + \\ & + \sum (k_{xy}a_xa_z + k_{xz}a_xa_y - k_{xx}a_ya_z - k_{yz}a_x^2)(\gamma - \gamma') = M_y, \quad (3.12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -I_{xz} \cdot \ddot{\alpha} - I_{yz} \cdot \ddot{\beta} + I_{zz} \cdot \ddot{\gamma} + \sum (k_{xy}a_x - k_{xx}a_y)(x_c - u) + \\ & + \sum (k_{yy}a_x - k_{xy}a_y)(y_c - v) + \sum (k_{yz}a_x - k_{xz}a_y)(z_c - w) + \\ & + \sum (k_{xy}a_ya_z + k_{yz}a_xa_y - k_{yy}a_xa_z - k_{xz}a_y^2)(\alpha - \alpha') + \\ & + \sum (k_{xy}a_xa_z + k_{xz}a_xa_y - k_{xx}a_ya_z - k_{yx}a_x^2)(\beta - \beta') + \\ & + \sum (k_{xx}a_y^2 + k_{yy}a_x^2 - 2k_{xy}a_xa_y)(\gamma - \gamma') = M_z, \quad (3.13) \end{aligned}$$

onde os termos  $k_{xx}$ ,  $k_{xy}$ ,  $k_{xz}$ , ...,  $k_{zz}$  são relativos às rigidezes dos elementos resilientes, sendo a primeira letra sobrescrita em cada termo relacionada à direção da força exercida pelos elementos resilientes e a segunda letra relacionada à direção da deflexão dos elementos.

Harris e Crede (1976) afirmam que o número de graus de liberdade de um sistema vibracional representa o número mínimo de coordenadas necessárias para definir completamente as posições dos elementos de massa do sistema no espaço; no caso do sistema da Figura 3.13, são necessárias seis coordenadas ( $x_c$ ,  $y_c$ ,  $z_c$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ ) e, portanto, tem-se um sistema de seis graus de liberdade.

Para obter a posição do corpo rígido da Figura 3.13, as Equações (3.8) a (3.13) devem ser resolvidas simultaneamente. Isto indica que as formas modais em que o referido corpo vibra são acopladas, o que significa que o movimento exercido pelo corpo em um dos modos acoplados não existe sem os movimentos dos outros modos e que também não existe, para nenhum dos modos, o movimento puro em apenas uma das direções (HARRIS; PIERSOL, 2002).

As equações (3.8) a (3.13) podem também ser simplificadas, indicando que uma ou mais formas modais são independentes das outras.

### 3.2.1.2 Corpo Rígido com dois planos de simetria

Uma das maneiras de se simplificar o problema descrito pelas Equações (3.8) a (3.13) é a verificação da existência de planos de simetria no sistema a ser analisado.

Considerando, na Figura 3.13, que  $XZ$  e  $YZ$  são planos de simetria, que as coordenadas  $X, Y, Z$  coincidem com  $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$  e que os eixos principais dos elementos resilientes coincidem com os eixos  $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ , podem ser feitas as seguintes simplificações:

$$I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0 \quad , \quad (3.14)$$

$$k_{xx} = k_p = k_x \quad , \quad (3.15)$$

$$k_{yy} = k_q = k_y \quad , \quad (3.16)$$

$$k_{zz} = k_r = k_z \quad , \quad (3.17)$$

$$k_{xy} = k_{xz} = k_{yz} = 0 \quad , \quad (3.18)$$

$$\sum k_y a_x = \sum k_z a_x = \sum k_y a_x a_z = \sum k_z a_x a_y = 0 \quad , \quad (3.19)$$

$$\sum k_x a_y = \sum k_z a_y = \sum k_x a_y a_z = 0 \quad . \quad (3.20)$$

Estas simplificações, quando substituídas nas equações (3.8) a (3.13) levam a:

$$m \cdot \ddot{x}_c + \sum k_x (x_c - u) + \sum (k_x a_z) (\beta - \beta') = F_x \quad , \quad (3.21)$$

$$m \cdot \ddot{y}_c + \sum k_y (y_c - v) + \sum (k_y a_z) (\alpha - \alpha') = F_y \quad , \quad (3.22)$$

$$m \cdot \ddot{z}_c + \sum k_{zz} (z_c - w) = F_z \quad , \quad (3.23)$$

$$I_{xx} \cdot \ddot{\alpha} + \sum (-k_y a_z) (y_c - v) + \sum (k_y a_z^2) (\alpha - \alpha') = M_x, \quad (3.24)$$

$$I_{yy} \cdot \ddot{\beta} + \sum (k_x a_z) (x_c - u) + \sum (k_x a_z^2) (\beta - \beta') = M_y, \quad (3.25)$$

$$I_{zz} \cdot \ddot{\gamma} = M_z \quad . \quad (3.26)$$

Estas simplificações levam a duas equações independentes, (3.23) e (3.26), o que significa que dentre os modos de corpo rígido há um com uma translação pura na direção  $\bar{Z}$  e outro com uma rotação pura ao redor de  $\bar{Z}$ .

A Figura 3.14 ilustra um modelo tridimensional de um bloco de aço similar ao da Figura 3.1 e montado sobre isoladores do tipo 2. Percebem-se claramente dois planos de simetria: um plano paralelo ao eixo VW e outro paralelo ao eixo XV.

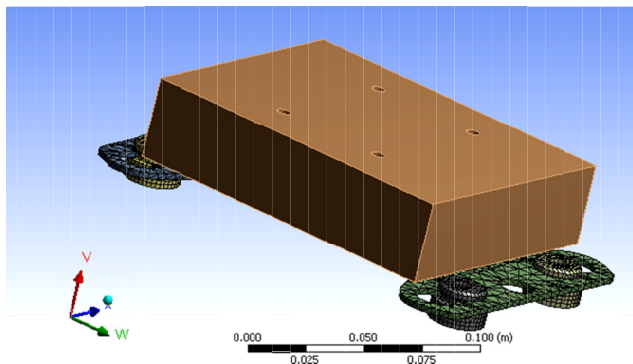


Figura 3.14 – Bloco de aço montado sobre o isolador 2.

Com base nestes dois planos de simetria e nas Equações (3.21) a (3.26), esperam-se, dentre os seis modos de corpo rígido que pode ter este conjunto, um dos modos como sendo uma translação pura em V e outro como sendo uma rotação pura ao redor do eixo V. Apesar da existência de apenas dois modos acoplados, para as análises deste Capítulo, os modos de corpo rígido serão assim denominados:

- Translação Longitudinal: modo em que o movimento dominante é a translação do bloco na direção W (para este modo há também rotação em torno de X);
- Translação Transversal: modo em que o movimento dominante é a translação do bloco na direção X (para este modo há também rotação em torno de W);
- Translação Superior: modo em que há translação pura do bloco em V;
- Rotação Longitudinal: modo em que o movimento dominante é a rotação do bloco em torno de W (há também translação do bloco em X);
- Rotação Transversal: modo em que o movimento dominante é a rotação do bloco em torno de X (há também translação do bloco em W);

- Rotação Superior: modo em que há rotação pura do bloco em torno de V.

Na próxima seção serão apresentadas as deformadas destes modos de vibração.

### 3.2.2 Análise Modal do bloco de aço montado sobre isoladores

Para realizar a análise modal, a fim de determinar os modos e as respectivas frequências naturais de corpo rígido do sistema composto por bloco de aço e isoladores de borracha, foi utilizado o software *ANSYS Workbench 14.0*.

Inicialmente, criou-se um banco de dados com as propriedades dos materiais dos isoladores a 25°C, temperatura do ambiente na qual os testes de validação foram realizados. Estas informações estão mostradas na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Propriedades dos Materiais.

Material	Módulo de Elasticidade (MPa)	Coefficiente de Poisson	Fator de Perda (%)	Densidade (kg/m <sup>3</sup> )
Mat. 1 estático	1,60	0,499	-	1070
Mat. 1 dinâmico	Eq. (3.27)	0,499	Eq. (3.28)	1070
Mat. 2 estático	1,45	0,499	-	1140
Mat. 2 dinâmico	Eq (3.29)	0,499	Eq (3.30)	1140

As equações, obtidas dos nomogramas de frequência reduzida, que descrevem as propriedades dinâmicas do Material 1 e do Material 2 a 25°C são:

$$E_{Mat1} = 0,589 \ln(f) + 1,885 , \quad (3.27)$$

$$\eta_{Mat1} = 100[0,006 \ln(f) + 0,111] , \quad (3.28)$$

$$E_{Mat2} = 0,319 \ln(f) + 1,199 , \quad (3.29)$$

$$\eta_{Mat2} = 100[0,069 \ln(f) - 0,090] , \quad (3.30)$$

onde  $E_{Mat1}$  e  $E_{Mat2}$  são o módulo de elasticidade, em MPa, do Material 1 e do Material 2, respectivamente,  $f$  é a frequência em Hz e



$\eta_{Mat1}$  e  $\eta_{Mat2}$  são os fatores de perda, em %, do Material 1 e do Material 2, respectivamente.

Por sua vez, para o aço, material com o qual o bloco e as placas base são constituídos, foi definido módulo de elasticidade ( $E_{aço}$ ) de 200GPa, coeficiente de Poisson ( $\nu_{aço}$ ) igual a 0,33, densidade ( $\rho_{aço}$ ) de 7860kg/m<sup>3</sup> e fator de perda ( $\eta_{aço}$ ) de 2%. Todas as propriedades do aço foram consideradas constantes com a temperatura e com a frequência.

Na sequência, foram geradas as malhas referentes aos sistemas com os isoladores 1 e 2. Cabe mencionar que as placas base e os isoladores foram modelados como componentes flexíveis, sendo as primeiras modeladas com elementos tetraédricos quadráticos do tipo *SOLID187* (segundo biblioteca do *ANSYS*) e os últimos com elementos hexagonais quadráticos (*SOLID186*), ambos com tamanho máximo de elemento de 2mm. Por sua vez, o bloco de aço, que possui frequências naturais próprias acima de 1kHz, foi modelado como um corpo rígido, com o elemento *MASS21*.

Como condições de contorno foram considerados engastes nas superfícies inferiores dos isoladores. Além disso, criaram-se juntas fixas na interface entre os isoladores e as placas base, da mesma maneira que entre as placas base e o bloco de aço.

Na análise estática, calculou-se a deformação estática dos isoladores em função do peso próprio do sistema em estudo, levando em conta a aceleração da gravidade de 9,81m/s<sup>2</sup>. Para esta análise, foram levadas em conta as propriedades do Material 1 estático e do Material 2 estático.

A malha da estrutura com o isolador deformado na análise estática do sistema foi, então, utilizada na análise modal (com algoritmo *Block Lanczos*) do mesmo, considerando os seguintes passos:

- a) calcularam-se as seis frequências naturais não amortecidas de corpo rígido do sistema para um módulo de elasticidade para a frequência de 20Hz, que, segundo as Equações (3.27) e (3.29), são iguais a 3,6MPa e 2,2MPa para o Material 1 e para o Material 2, respectivamente. O objetivo deste primeiro cálculo era obter uma primeira aproximação das frequências naturais não amortecidas do sistema;
- b) recalcularam-se, tanto para o sistema com o Material 1 quanto para o sistema com o Material 2, as frequências naturais não amortecidas variando-se o valor do módulo de elasticidade. Isto foi feito para cada tipo de modo de corpo rígido até que, ao substituir-se o valor da frequência natural não amortecida

calculada para este modo nas Equações (3.27) (Material 1) ou (3.29) (Material 2), fosse possível obter o valor do módulo de elasticidade usado nesta simulação. Lembra-se que isto foi feito para cada um dos seis modos de corpo rígido para cada configuração de isolador;

- c) de posse dos valores das frequências naturais não amortecidas, foi possível calcular, das Equações (3.28), para o Material 1, e (3.30), para o Material 2, os valores dos fatores de perda para cada uma das frequências naturais de corpo rígido.

Utilizando-se, então, a Equação (2.20), lembrando que o fator de perda é igual ao dobro do fator de amortecimento, foi possível obter os resultados apresentados nas Tabelas 3.3 e 3.4 com as propriedades do Material 1 e do Material 2, respectivamente, para cada uma das seis frequências naturais de corpo rígido do sistema. Já a deformada dos tipos de modo do conjunto é apresentada nas Figuras 3.15 a 3.20.

Tabela 3.3 – Frequências naturais de corpo rígido do sistema estudado com o isolador 1, de material 1.

Tipo de Modo	$E [MPa]$	$\eta (\%)$	Não Amortecida [Hz]	Amortecida [Hz]
<b>Translação Longitudinal</b>	3,5	12,7	14,3	14,2
<b>Translação Transversal</b>	3,4	12,6	13,0	13,0
<b>Translação Superior</b>	3,8	13,0	23,7	23,6
<b>Rotação Longitudinal</b>	4,0	13,2	38,9	38,8
<b>Rotação Transversal</b>	4,1	13,3	45,4	45,2
<b>Rotação Superior</b>	3,8	13,0	25,8	25,7

Tabela 3.4 – Frequências naturais de corpo rígido do sistema estudado com o isolador 2, de material 2.

Tipo de Modo	$E [MPa]$	$\eta (\%)$	Não Amortecido [Hz]	Amortecido [Hz]
<b>Translação Longitudinal</b>	2,0	8,3	12,3	12,3
<b>Translação Transversal</b>	2,0	8,0	11,6	11,6
<b>Translação Superior</b>	2,3	13,9	27,3	27,2
<b>Rotação Longitudinal</b>	2,3	14,2	28,6	28,5
<b>Rotação Transversal</b>	2,5	18,8	55,8	55,5
<b>Rotação Superior</b>	2,2	12,0	20,8	20,7

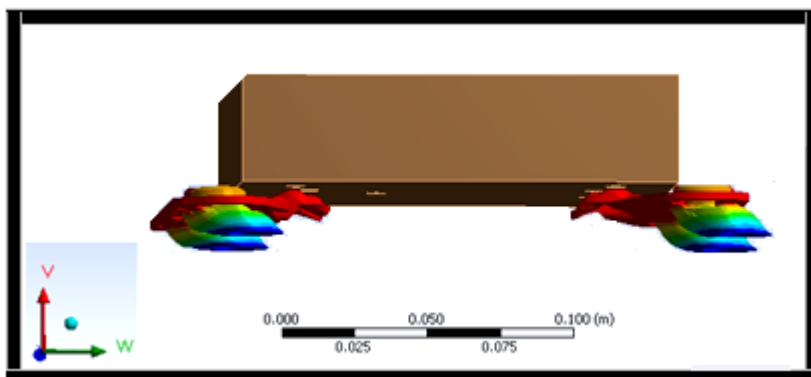


Figura 3.15 – Translação longitudinal do sistema com isolador 2.

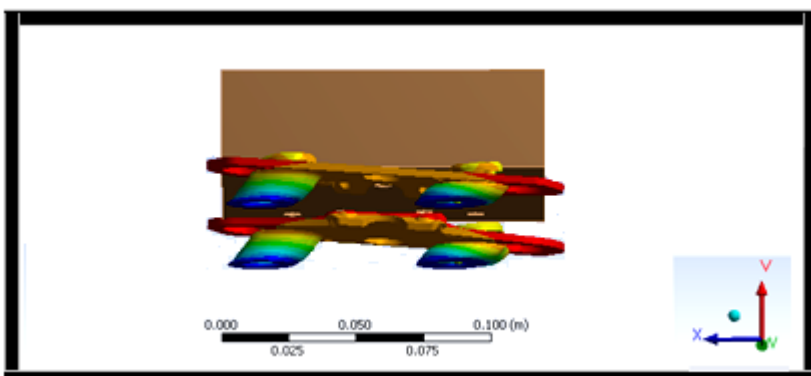


Figura 3.16 – Translação transversal do sistema com isolador 2.

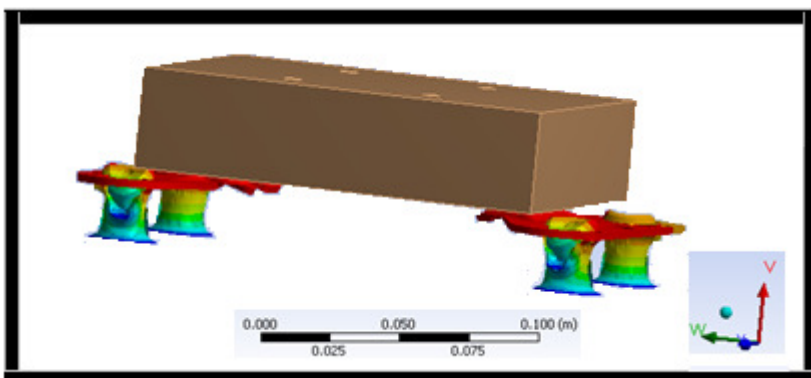


Figura 3.17 – Translação superior do sistema com isolador 2.

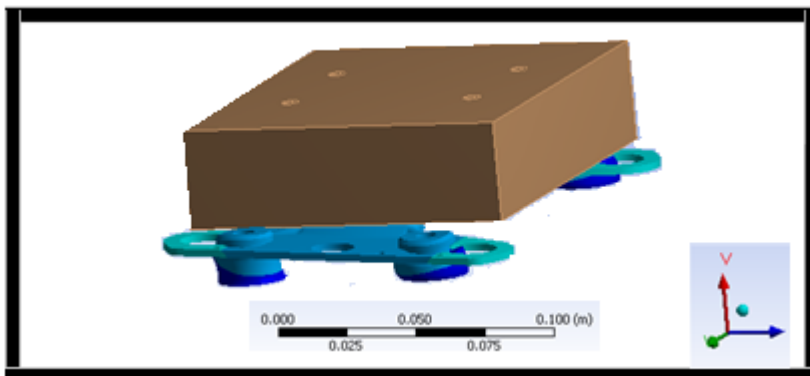


Figura 3.18 – Rotação longitudinal do sistema com isolador 2.

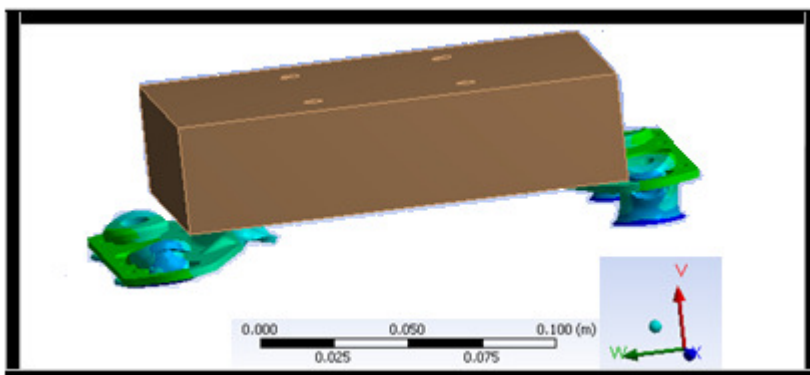


Figura 3.19 – Rotação transversal do sistema com isolador 2.

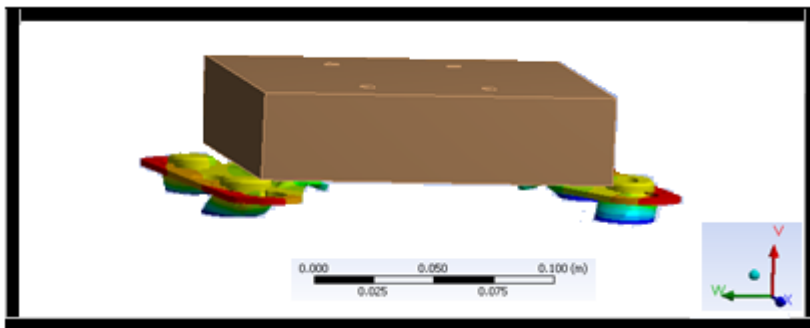


Figura 3.20 – Rotação superior do sistema com isolador 2.

### 3.2.3 Análise Harmônica do bloco de aço montado sobre isoladores

Usando o software *ANSYS Workbench 14.0*, foi desenvolvido um modelo numérico do conjunto bloco de aço mais isolador 2 para representar a resposta em frequência do bloco em função de uma excitação qualquer aplicada em algum outro ponto do mesmo.

Para tanto, a fim de facilitar uma posterior validação experimental, considerou-se inicialmente um engaste na superfície inferior do isolador de borracha (simulando-se uma situação em que o conjunto é colado sobre uma base plana e rígida) e uma conexão também colada entre a placa base do bloco e a superfície superior do isolador que fica em contato com a placa base.

Com relação à malha do modelo, a exemplo da análise modal, decidiu-se modelar como corpos flexíveis a placa base e isoladores, sendo as primeiras modeladas com malha tetraédrica e os últimos com malha hexaédrica (mesmos elementos apresentados na Seção 3.2.2), ambos com aresta máxima de elemento de 2mm. No entanto, o bloco de aço, mesmo não tendo frequências naturais próprias até 1000Hz, não foi mais modelado como um corpo rígido, porém como um corpo flexível, com elemento *SOLID187* (aresta máxima de elemento de 20mm). Isto porque, visto que no modelo numérico (e no posterior experimento) excitações e respostas são medidas em pontos do bloco, caso o mesmo fosse modelado como um corpo rígido, as respostas medidas na direção da excitação teriam a mesma magnitude da excitação em todas as frequências e nas direções ortogonais à excitação seriam iguais à zero.

As propriedades do material 2, com a qual os isoladores de borracha são constituídos, são as mesmas consideradas a 25°C, descritas na seção anterior. Da mesma forma, as propriedades do aço, presente nas placas base e no bloco de aço, são as mesmas apresentadas na Seção 3.2.2.

Além disso, para a análise harmônica, foram definidas as posições de sete acelerômetros de massa 2 gramas, modelados igualmente como corpos flexíveis e definidos em posições nas quais é possível obter as seis frequências naturais de corpo rígido do conjunto. A posição do centro da base dos acelerômetros está apresentada na Tabela 3.5, sendo o sistema de referência definido em um dos quatro vértices inferiores do bloco de aço; o eixo W positivo dado por uma das maiores arestas do bloco (comprimento de 150mm); o eixo X positivo dado por uma das arestas de comprimento 120mm e o eixo V normal aos eixos W e X, o que pode ser visto na Figura 3.20.

Tabela 3.5 – Posição da base dos acelerômetros.

<b>Acelerômetro</b>	<b>W (mm)</b>	<b>X (mm)</b>	<b>V (mm)</b>	<b>Descrição</b>
1	75	115	37	Topo
2	145	115	37	Topo
3	75	120	18,5	Centro – Lateral Maior
4	5	60	37	Topo
5	5	115	37	Topo
6	0	60	18,5	Centro – Lateral Menor
7	75	60	37	Centro – topo

Finalmente, foi definida a posição da excitação à qual o conjunto foi submetido. Esta pode tomar qualquer uma das posições definidas na Tabela 3.6, que utiliza o mesmo sistema de coordenadas definido na Tabela 3.5. A excitação é unitária (1N) em todas as frequências simuladas.

Tabela 3.6 – Posição da excitação, normal à face em que está aplicada.

<b>Acelerômetro</b>	<b>W (mm)</b>	<b>X (mm)</b>	<b>V (mm)</b>	<b>Descrição</b>
E1	5	0	32	Lateral Maior
E2	75	0	18,5	Centro – Lateral Maior
E3	150	5	32	Lateral Menor
E4	150	60	18,5	Centro – Lateral Menor
E5	145	60	37	Topo

Na Figura 3.21 é apresentado o modelo utilizado na análise harmônica do conjunto bloco de aço mais isolador de borracha, bem como a malha utilizada.

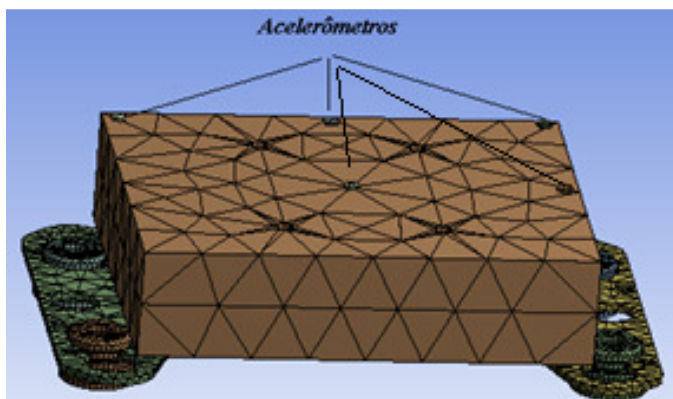


Figura 3.21 – Modelo do conjunto.

Curvas de resposta em frequência obtidas por análises harmônicas feitas pelo método direto estão mostradas na Figura 3.22. Importante mencionar que a análise harmônica é feita até 60Hz, com discretização de 1Hz na frequência, já que as frequências naturais de corpo rígido, conforme as Tabelas 3.3 e 3.4, são inferiores a esta frequência.

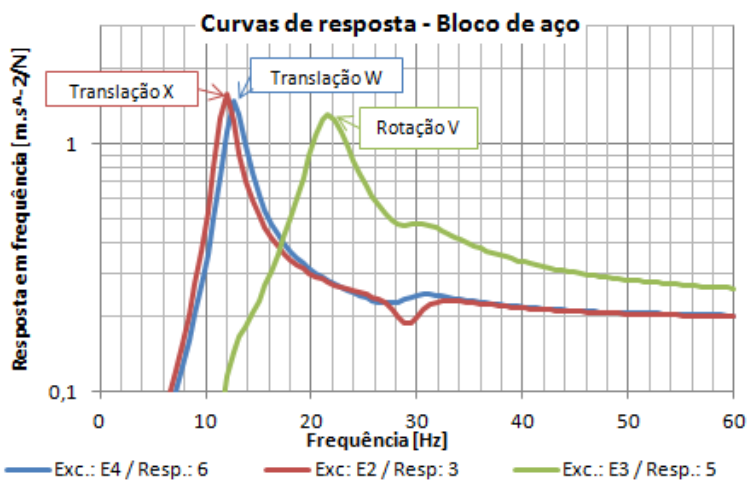


Figura 3.22 – Curvas obtidas a partir do modelo numérico do sistema bloco + isolador 2.

### 3.3 VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DO MODELO NUMÉRICO DINÂMICO DO ISOLADOR – ISOLADOR COLADO

A validação experimental das análises modais numéricas foi realizada utilizando testes de impactação. Por sua vez, as análises harmônicas foram validadas para o isolador 2 (fabricado com o material 2) a partir de testes experimentais de transmissibilidade, nos quais se excitava com um shaker o bloco de aço e a resposta foi obtida com transdutores triaxiais.

#### 3.3.1 Impactação do bloco de aço montado sobre isoladores

O bloco de aço mostrado na Figura 3.1 foi novamente utilizado para a referida avaliação. Para os testes foi utilizado um martelo para a impactação com ponteira de borracha do tipo *Brüel & Kjaer (B&K)* modelo 8202, além de um acelerômetro uniaxial *B&K*, do tipo *ICP*, modelo 4397. Para o sinal do martelo foi escolhida uma janela transiente, enquanto que para o sinal do transdutor de resposta foi prescrita uma janela exponencial, a fim de se criar seis curvas de resposta do sistema. Desta forma, foi possível obter as seis frequências naturais de corpo rígido, bem como os respectivos fatores de perda. A faixa de frequência de interesse foi considerada entre 0 e 100Hz, sendo avaliada com 400 linhas. Além disso, ajustou-se um *trigger* de maneira que forças da ordem de 33N já fossem consideradas para o teste, visto que uma força excessiva poderia fazer com que houvesse movimento relativo entre a base do isolador e a base rígida no qual o sistema estava apoiado.

O posicionamento do acelerômetro e do martelo para a obtenção de cada uma das seis respostas em frequência com o isolador 1 (para o isolador 2 este posicionamento é similar), bem como o modo de corpo rígido que se desejou excitar estão apresentados nas figuras 3.23 a 3.25. Em todos os casos, o sistema estava sobre uma base rígida.



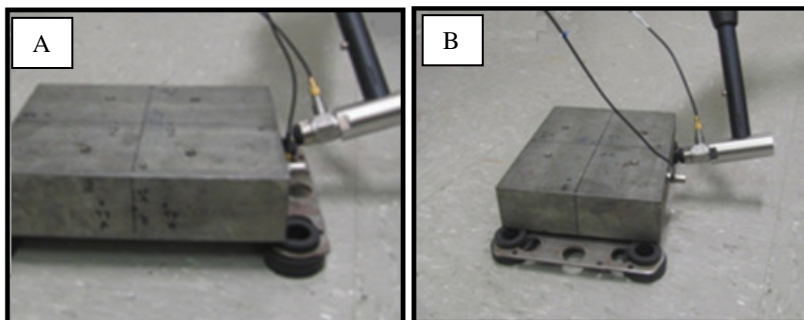


Figura 3.23: (A) Avaliação da translação longitudinal do sistema. (B) Avaliação da translação transversal do sistema.

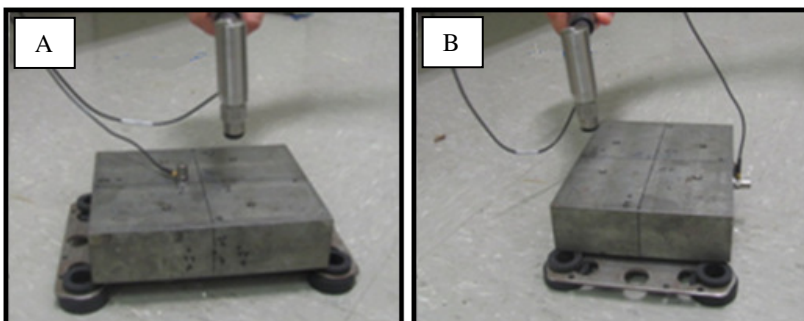


Figura 3.24: (A) Avaliação da translação superior do sistema. (B) Avaliação da rotação longitudinal do sistema.

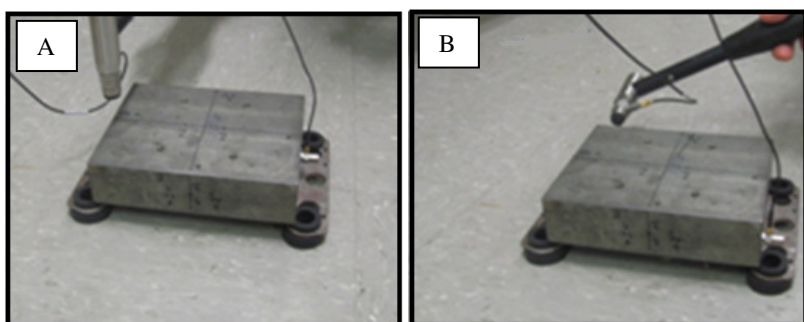


Figura 3.25: (A) Avaliação da rotação transversal do sistema. (B) Avaliação da rotação superior do sistema.

Com base nas avaliações sugeridas nas Figuras 3.23 a 3.25, obtiveram-se curvas de resposta em frequência típicas, como a

apresentada na Figura 3.26, curva esta para avaliação da translação superior do sistema com isolador 2. As Tabelas 3.7 e 3.8 mostram uma comparação entre os resultados da simulação numérica e os experimentais, referente às frequências naturais de corpo rígido e aos fatores de perda, enquanto a Figura 3.27 mostra uma curva de uma função coerência típica (neste caso, também para translação superior do sistema com isolador 2, entre o sinal do acelerômetro e o do martelo) obtida nos experimentos realizados nesta etapa.

Os fatores de perda experimentais apresentados neste Capítulo foram obtidos diretamente do *software Pulse Labshop*, a partir das Equações (2.8) e (2.9).

Cabe mencionar também que, num primeiro momento, o bloco de aço estava apoiado sobre isoladores que, por sua vez, também estavam apenas apoiados numa superfície rígida e plana.

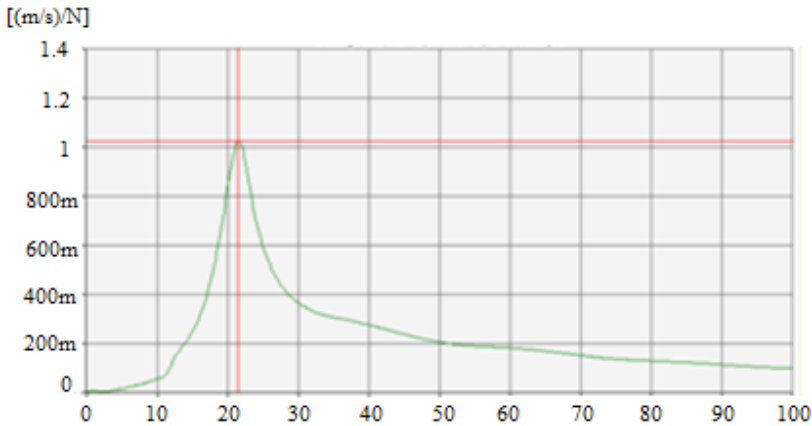


Figura 3.26 – Curva típica obtida para a translação superior do sistema com isolador 2.

Além disso, a diferença (em %) é calculada por:

$$Dif[\%] = \left( \frac{Num - Exp}{Num} \right) \cdot 100\% \quad , \quad (3.31)$$

onde *Num* é a Frequência Natural Amortecida ou o Fator de Perda Numérico e *Exp* é a Frequência Amortecida ou o Fator de Perda Experimental.

Tabela 3.7 – Frequências naturais amortecidas e fator de perda para sistema montado com isolador 1, fabricado com material 1.

Tipo de Modo	Numérico		Experimental		Diferença	
	Freq. Amort. [Hz]	$\eta$ (%)	Freq. Amort. [Hz]	$\eta$ (%)	Freq. Amort. (%)	$\eta$ (%)
Translação Longitudinal	14,2	12,7	10,6	32,1	25,7	-153
Translação Transversal	13,0	12,6	10,8	31,2	16,8	-148
Translação Superior	23,6	13,0	18,3	20,1	22,6	-55
Rotação Longitudinal	38,8	13,2	26,8	20,3	30,8	-54
Rotação Transversal	45,2	13,3	36,8	17,7	18,9	-33
Rotação Superior	25,7	13,0	21,2	21,7	17,6	-67

Tabela 3.8 – Frequências naturais amortecidas e fator de perda para sistema montado com isolador 2, fabricado com material 2.

Tipo de Modo	Numérico		Experimental		Diferença	
	Freq. Amort. [Hz]	$\eta$ (%)	Freq. Amort. [Hz]	$\eta$ (%)	Freq. Amort. (%)	$\eta$ (%)
Translação Longitudinal	12,3	8,3	10,1	21,4	17,2	-158
Translação Transversal	11,6	8,0	9,3	20,5	19,4	-156
Translação Superior	27,2	13,9	21,1	15,6	22,3	-12
Rotação Longitudinal	28,5	14,2	21,5	39,5	24,3	-178
Rotação Transversal	55,5	18,8	44,2	24,4	20,1	-30
Rotação Superior	20,7	12,0	16,8	23,3	19,1	-94

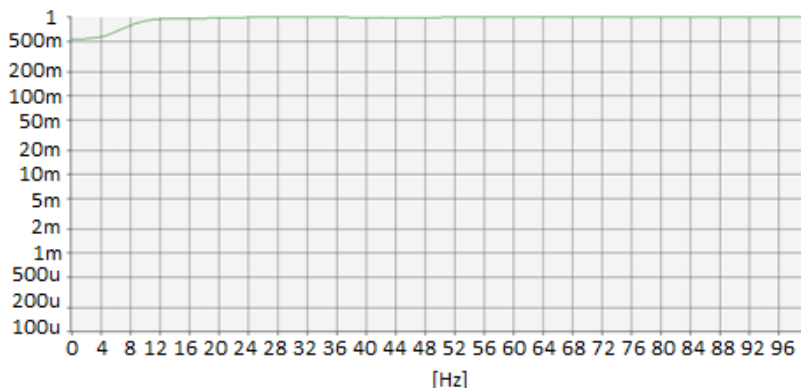


Figura 3.27 – Curva típica obtida de coerência (para medição da frequência natural de corpo rígido translação superior do sistema com isolador 2, entre os sinais de aceleração do bloco e de força do martelo).

Concluiu-se, com base nas Tabelas 3.7 e 3.8 que as frequências naturais amortecidas são aproximadamente 20% menores que as simuladas. Além disso, há uma diferença significativa entre o fator de perda obtido dos nomogramas de frequência reduzida das Figuras 2.20 e 2.22 e os valores obtidos experimentalmente.

Também é verificado que, conforme a Figura 3.27, as medições realizadas nesta etapa apresentavam uma coerência alta (próxima à unidade), o que é um indício de que a medição apresenta boa qualidade.

Procurou-se, então, refazer os experimentos de medição de frequências naturais de corpos rígidos, mas procurando reproduzir mais fielmente as condições de contorno colocadas no modelo numérico. Para isto decidiu-se colar com *SuperBonder*® os isoladores à base rígida sobre a qual o sistema estava sendo impactado e colar a interface entre isoladores e placa base.

As Tabelas 3.9 e 3.10 mostram os resultados das remediações dos testes de impactação com o uso de *SuperBonder*® nas interfaces, comparando os resultados numéricos aos experimentais, enquanto a Figura 3.28 mostra uma curva típica de coerência entre os sinais do acelerômetro e de força imprimida pelo martelo de impactação, para os testes realizados nesta etapa do trabalho.

Tabela 3.9 – Frequências naturais amortecidas e fator de perda para sistema montado com isolador 1, com cola entre placa base e isolador e isolador e base rígida.

Tipo de Modo	Numérico		Experimental		Diferença	
	Freq. Amort. [Hz]	$\eta$ (%)	Freq. Amort. [Hz]	$\eta$ (%)	Freq. Amort. (%)	$\eta$ (%)
Translação Longitudinal	14,2	12,7	14,0	25,7	1,9	-102
Translação Transversal	13,0	12,6	13,9	24,2	-7,1	-92
Translação Superior	23,6	13,0	21,5	19,0	8,9	-46
Rotação Longitudinal	38,8	13,2	31,2	18,7	19,8	-42
Rotação Transversal	45,2	13,3	40,4	17,7	10,8	-33
Rotação Superior	25,7	13,0	25,4	20,2	1,6	-55

Tabela 3.10 – Frequências naturais amortecidas e fator de perda para sistema montado com isolador 2, com cola entre placa base e isolador e isolador e base rígida.

Tipo de Modo	Numérico		Experimental		Diferença	
	Freq. Amort. [Hz]	$\eta$ (%)	Freq. Amort. [Hz]	$\eta$ (%)	Freq. Amort. (%)	$\eta$ (%)
Translação Longitudinal	12,3	8,3	14,6	17,6	-18,9	-112
Translação Transversal	11,6	8,0	13,2	18,3	-13,8	-129
Translação Superior	27,2	13,9	28,7	14,7	-5,5	-6
Rotação Longitudinal	28,5	14,2	29,4	22,2	-3,2	-56
Rotação Transversal	55,5	18,8	58,3	22,2	-5,2	-18
Rotação Superior	20,7	12,0	23,6	19,0	-13,6	-58

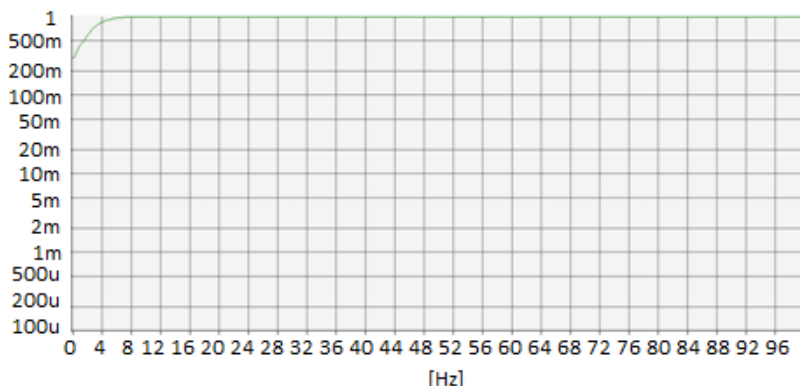


Figura 3.28 – Curva típica obtida de coerência (para medição da frequência natural de corpo rígido translação superior do sistema com isolador 2 colado à base, entre os sinais de aceleração do bloco e de força do martelo).

Observa-se claramente que as diferenças entre os valores das frequências naturais amortecidas das simulações comparadas aos experimentos são muito menores que os observados nas Tabelas 3.7 e 3.8. Para o isolador 2 especificamente, estas diferenças são inferiores a 20%, sendo maior para as frequências naturais mais baixas.

Além disso, para este mesmo isolador, percebe-se que a diferença referente aos fatores de perda é superior a 100% apenas para os dois primeiros modos, sendo que o fator de perda obtido experimentalmente do sistema é sempre superior ao obtido a partir da Equação (3.30). A partir do terceiro modo, esta diferença é inferior a 60%.

No tocante à coerência, percebe-se da curva da Figura 3.28 que, a exemplo do que foi observado para os testes de impactação nos quais os isoladores estavam apenas apoiados na base, nesta etapa também a coerência apresentou valores próximos à unidade em todas as medições.

Deve-se lembrar, no entanto, que os engastes (cola) entre placa base e isolador e entre isolador e base rígida são condições de contorno fictícias, já que, em um sistema de refrigeração típico, o conjunto compressor e isolador fica apenas apoiado na base do mesmo.

Uma abordagem da condição de contorno real à qual compressor e isolador estão submetidos numa aplicação será mostrada na Seção 3.4.

### 3.3.2 Resposta em Frequência do bloco de aço montado sobre isoladores – isolador colado à base

Para a validação experimental, o mesmo bloco ilustrado na Figura 3.1 foi montado com isoladores do tipo 2 sobre uma base de aço plana composta por dois discos de aço de 8,34kg cada um, unidos por uma morsa, que, por sua vez, estavam apoiados sobre uma segunda base de concreto de 413kg. Destaca-se que nesta fase dos experimentos, os isoladores estavam colados ao disco de aço, bem como havia cola na interface entre a placa base soldada no bloco de aço e os isoladores. A Figura 3.29 ilustra a montagem do experimento.

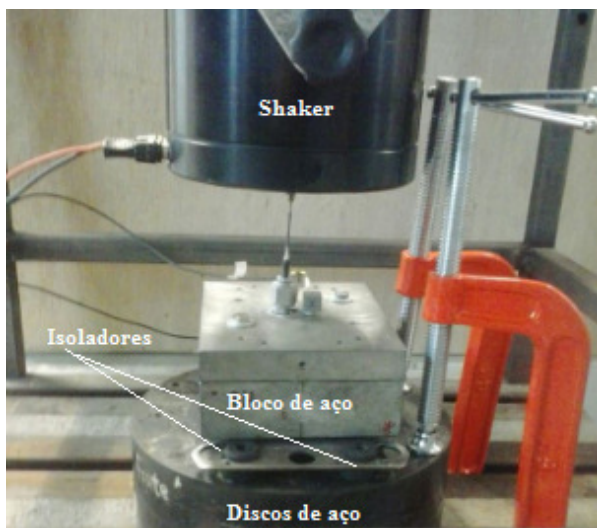


Figura 3.29 – Montagem utilizada para validação do modelo numérico do isolador colado sobre uma base.

Para excitar o bloco de aço nas posições descritas na Tabela 3.6, foi utilizado um *shaker* do tipo *B&K 4809*, excitando o sistema na faixa de frequência de 10Hz a 800Hz, com incrementos de 0,25Hz com um sinal aleatório. O *shaker*, por sua vez, era sustentado por uma trave de aço e por suportes metálicos fixados à trave por braçadeiras plásticas.

O sinal de tensão gerado pelo analisador *B&K Pulse 7539A* (com seis canais, sendo um de saída) foi amplificado por um amplificador *B&K 2718*, que alimentava o *shaker*.

Um transdutor de força do tipo *PCB 208C02* foi usado para medir a força com que o bloco de aço era excitado. As respostas foram medidas na forma de aceleração com um acelerômetro triaxial do tipo *B&K 4525B* nas posições descritas na Tabela 3.5.

A Figura 3.30 ilustra o diagrama do sistema de medição. A Figura 3.31 mostra uma foto do experimento, enquanto a Figura 3.32 mostra um espectro de uma excitação aleatória aplicada durante o experimento.

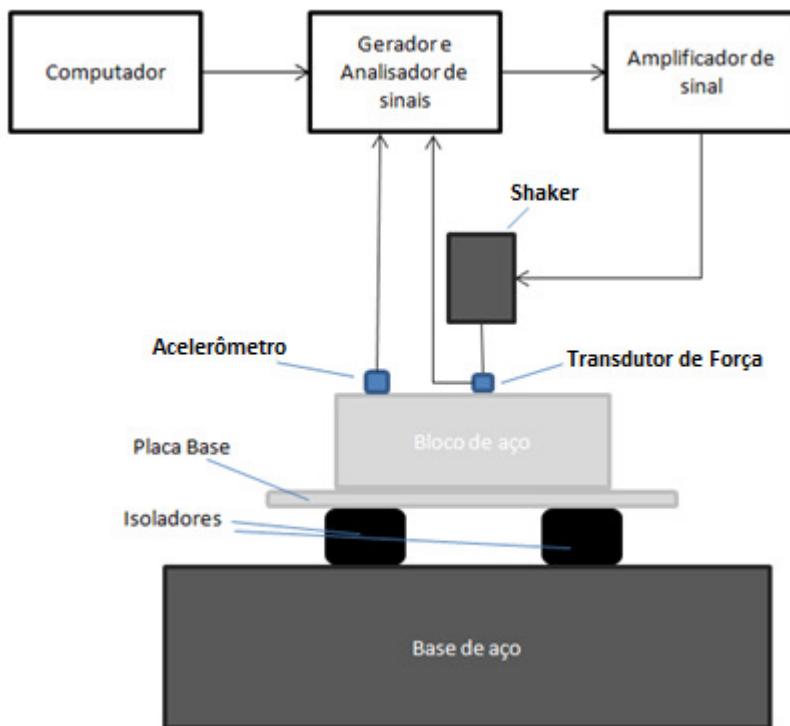


Figura 3.30 – Diagrama do sistema de medição.





Figura 3.31 – Foto do experimento montado.

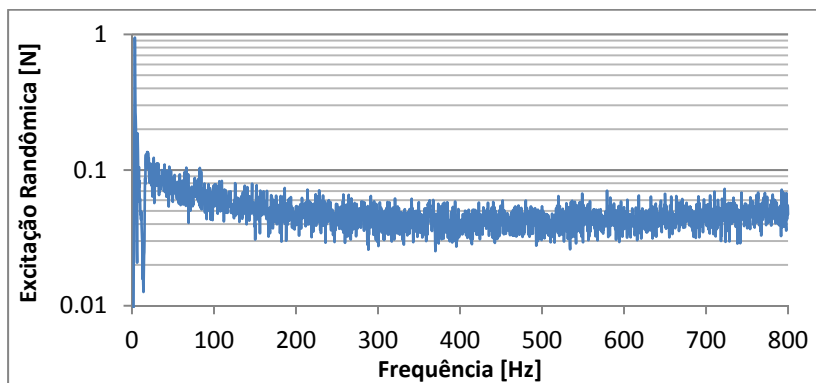


Figura 3.32 – Espectro de excitação aleatória.

A partir do sistema ilustrado na Figura 3.30, foi possível obter curvas experimentais de resposta em frequência e compará-las às curvas obtidas pela simulação descrita no Item 3.2.3, as quais são mostradas nas Figuras 3.33 a 3.36.

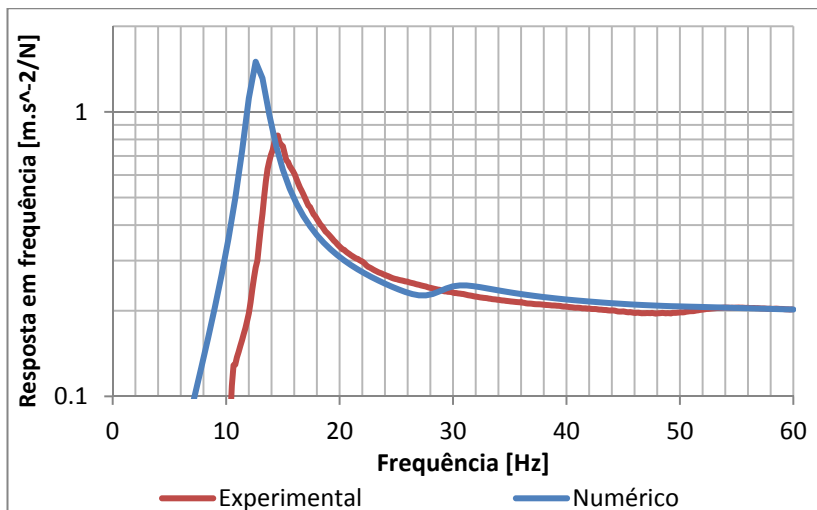


Figura 3.33 – Comparação curva de resposta excitando-se no ponto E4 e medindo-se resposta no ponto 6 – translação longitudinal (direção W).

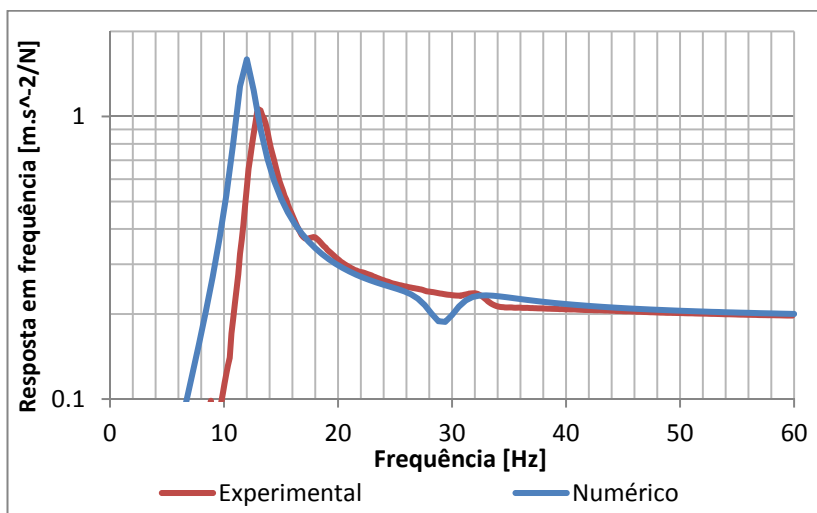


Figura 3.34 – Comparação curva de resposta excitando-se no ponto E2 e medindo-se resposta no ponto 3 – translação transversal (direção X).

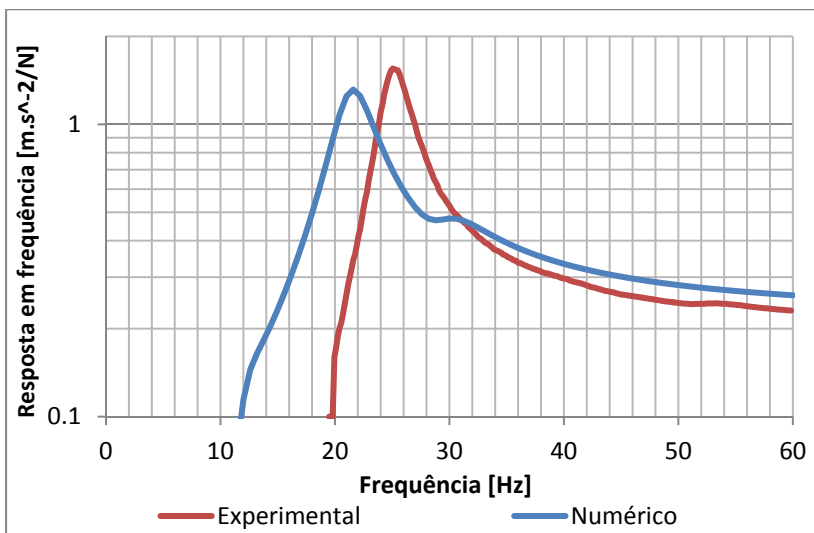


Figura 3.35– Comparação curva de resposta excitando-se no ponto E3 e medindo-se resposta no ponto 5 – rotação superior (direção X).

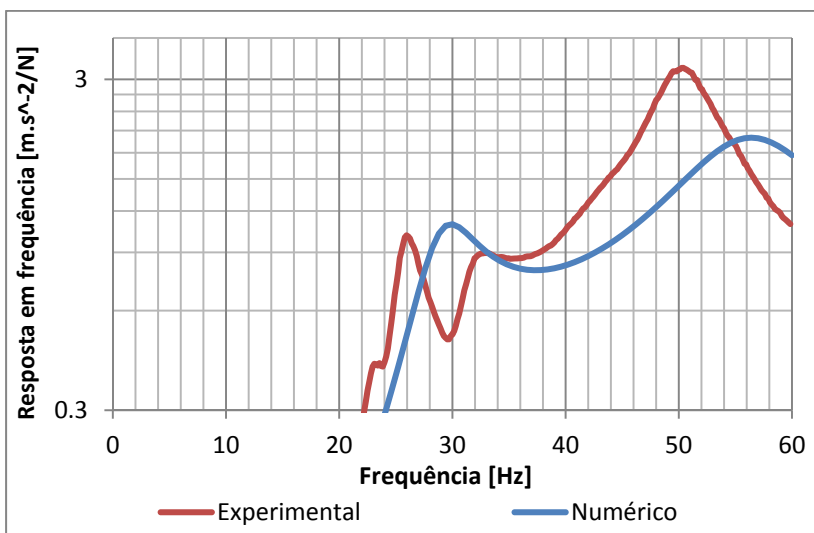


Figura 3.36 – Comparação curva de resposta excitando-se no ponto E5 e resposta no ponto 4 – translação superior e rotação transversal (direção V).

As Figuras 3.33 e 3.34 mostram boa concordância entre os resultados obtidos numericamente pelo modelo descrito na Seção 3.3.2 e

os obtidos experimentalmente. Há de se destacar que a amplitude da resposta harmônica numérica é de 50 a 100% maior que a obtida experimentalmente no pico, visto que o fator de perda experimental do conjunto é bem maior que o usado nas simulações para frequências até 15Hz, conforme Tabela 3.8.

Na Figura 3.35 também se observa grande semelhança entre as curvas obtidas numérica e experimentalmente, principalmente em relação à amplitude. O fato de a curva experimental estar ligeiramente deslocada para as altas frequências deve-se ao fato de, na prática, a dureza do material constituinte do isolador poder ter uma variação superior a 10%, dureza esta que é proporcional ao módulo de elasticidade. Além disso, sabe-se que há diferenças geométricas entre a estrutura simulada e a testada experimentalmente, como, por exemplo, a geometria do isolador (no modelo numérico foram usadas as dimensões nominais do isolador que, na prática, deve obedecer às tolerâncias de fabricação) e a distância entre as placas base (no experimento as placas base estavam cerca de 5mm mais próximas que no modelo numérico que, por sua vez, respeitou a distância entre as placas base observada num compressor alternativo típico).

Finalmente, a Figura 3.36 apresenta uma curva obtida numericamente similar à obtida experimentalmente. Acima de tudo, as duas frequências naturais de corpo rígido que se deseja observar estão presentes tanto nos resultados numéricos quanto nos experimentais.

Conclui-se, portanto, que o modelo numérico criado para representar o sistema bloco de aço e isolador colado numa base rígida apresenta boa concordância com os resultados experimentais, tendo em vista as incertezas citadas.

### 3.4 ISOLADOR APOIADO

Nesta seção será abordado o procedimento utilizado para modelar a condição na qual o isolador está submetido na maioria das ocasiões: apenas apoiado sobre uma superfície qualquer.

Inicialmente, será feita uma reflexão a partir de algumas fotos em alta definição obtidas do conjunto bloco de aço e isoladores vibrando em uma das suas frequências naturais de corpo rígido. Num segundo momento, o modelo apresentado no Item 3.2 é adaptado para uma situação de isolador apenas apoiado sobre uma superfície. A validação deste modelo será apresentada na sequência, focando inicialmente

apenas nas frequências naturais de corpo rígido e posteriormente na resposta harmônica do conjunto.

### 3.4.1 Modos de corpo rígido, isolador apoiado

Tendo em vista que não se pode representar os isoladores apenas apoiados numa base rígida na forma de engaste dos nós da superfície inferior dos isoladores, decidiu-se investigar o que ocorre na prática quando se excita o conjunto numa das suas frequências naturais de corpo rígido. Para isto, utilizou-se de uma câmera de alta velocidade, com a qual foi possível obter algumas fotos, como mostradas na Figura 3.37.

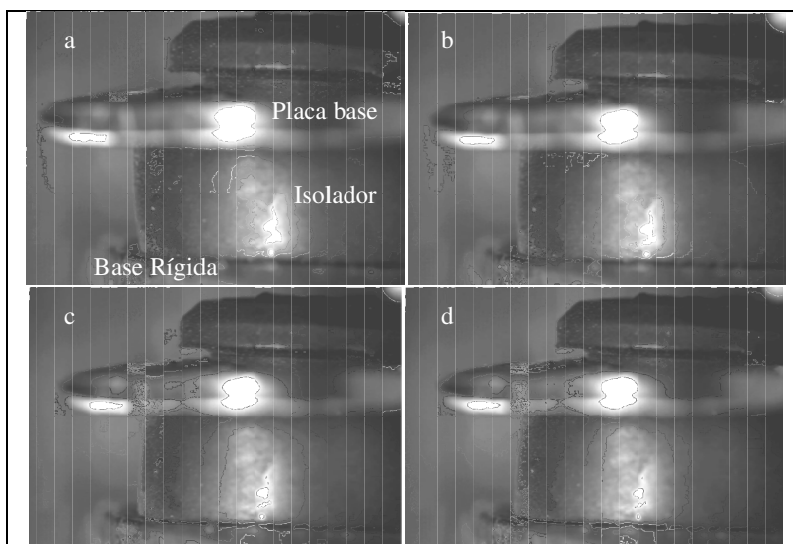


Figura 3.37 – Fotos tiradas com câmera de alta velocidade de experimento em que se excitou modo de translação longitudinal do conjunto.

Observa-se, inicialmente, que mesmo sob uma excitação de mesma ordem de grandeza que aquela obtida para um compressor em operação normal, que o isolador não se afasta da sua posição média durante o experimento. No entanto, principalmente nas Figuras 3.37c e 3.37d, percebe-se que o isolador chega a descolar sua superfície inferior da base rígida quando o conjunto é excitado em uma ressonância de corpo rígido.

Assim sendo, percebe-se que um modelo numérico do conjunto apoiado não deve considerar engastados todos os nós da base dos isoladores, a menos que, na prática, os isoladores sejam colados à base em que estão apoiados.

### 3.4.2 Análise Modal numérica e validação para situação com isolador apoiado

A maneira encontrada para representar a condição de contorno discutida na Seção 3.4.1 (posição média constante, porém com movimento relativo da base dos isoladores em relação à base de apoio) consistiu em modificar o engaste criado na base dos isoladores.

Cabe salientar que numa análise modal numérica para que as frequências naturais de corpo rígido sejam diferentes de zero, é necessário que se crie alguma restrição no sistema que se quer simular.

A melhor condição de contorno encontrada para representar o sistema está mostrada na Figura 3.38. Como pode se observar, são criadas restrições aos deslocamentos nas três direções apenas nos nós da malha do isolador que formam uma linha no centro da superfície da base do isolador. Com esta condição de contorno aplicada, tem-se uma posição média dos isoladores constante, porém permite-se movimento relativo entre quase todos os elementos da malha dos isoladores e a base (que não precisa ser modelada) na qual os isoladores estão apoiados.

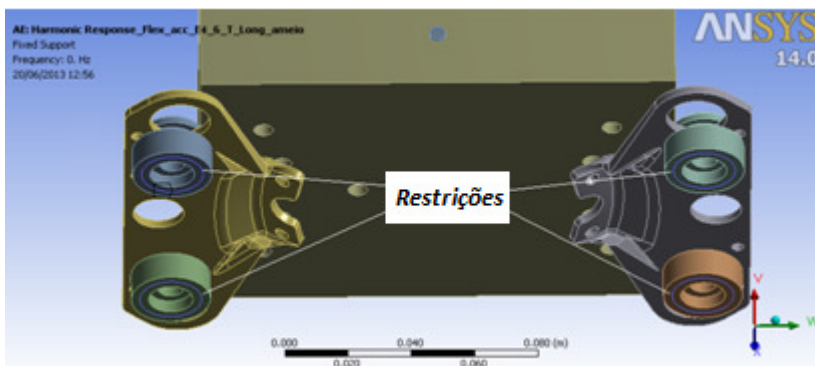


Figura 3.38 – Condição de contorno aplicada na base dos isoladores para se modelar isolador apoiado numa base rígida.

Os resultados das análises modais numéricas, com algoritmo *Block Lanczos*, comparados com os das impactações do conjunto

apoiado sobre uma base rígida estão mostrados nas Tabelas 3.11 e 3.12. A primeira delas mostra a comparação entre resultados numéricos e experimentais para o isolador 1, fabricado com o material 1 e a segunda para o isolador 2, fabricado com o material 2.

Tabela 3.11 – Frequências naturais amortecidas e fator de perda para sistema montado com isolador 1, sem cola.

Tipo de Modo	Numérico		Experimental		Diferença	
	Freq. Amort. [Hz]	$\eta$ (%)	Freq. Amort. [Hz]	$\eta$ (%)	Freq. Amort. (%)	$\eta$ (%)
Translação Longitudinal	11,0	12,5	10,6	32,1	3,2	-157
Translação Transversal	9,6	12,4	10,8	31,2	-12,7	-152
Translação Superior	17,0	12,8	18,3	20,1	-8,0	-57
Rotação Longitudinal	28,4	13,0	26,8	20,3	5,3	-61
Rotação Transversal	34,3	13,2	36,8	17,7	-7,4	-34
Rotação Superior	19,9	12,8	21,2	21,7	-6,9	-70

Tabela 3.12 – Frequências naturais amortecidas e fator de perda para sistema montado com isolador 2, sem cola.

Tipo de Modo	Numérico		Experimental		Diferença	
	Freq. Amort. [Hz]	$\eta$ (%)	Freq. Amort. [Hz]	$\eta$ (%)	Freq. Amort. (%)	$\eta$ (%)
Translação Longitudinal	9,6	6,7	10,1	21,4	-5,7	-219
Translação Transversal	8,6	5,9	9,3	20,5	-8,1	-247
Translação Superior	19,2	11,5	21,1	15,6	-10,4	-37
Rotação Longitudinal	19,7	11,6	21,5	39,5	-9,7	-241
Rotação Transversal	37,1	16,0	44,2	24,4	-16,6	-53
Rotação Superior	16,2	10,3	16,8	23,3	-4,2	-126

Percebe-se que as frequências naturais de corpo rígido calculadas numericamente estão mais próximas dos resultados experimentais que as apresentadas nas Tabelas 3.7 e 3.8, com erros sempre inferiores a 20%. Além disso, percebe-se que o modelo está melhor ajustado ao conjunto com o isolador 1, constituído do material 1, que ao conjunto com isolador 2, dadas as menores diferenças observadas entre resultados numéricos e experimentais de frequência natural amortecida para o isolador 1.

Da mesma maneira, os fatores de perda para os 6 modos de corpo rígido estão melhor ajustados para o conjunto com o isolador 1, com erros sempre inferiores a 70%, exceto para os 2 primeiros modos.

Para o conjunto com o isolador 2, o modelo numérico não parece ter ficado bem ajustado ao experimento no tocante ao fator de perda, dadas as diferenças entre os resultados numéricos e os experimentais maiores que 100% em quatro dos seis modos de corpo rígido no tocante a este parâmetro.

Nas Figuras 3.39 e 3.40 são apresentadas deformadas de um dos modos de translação e um dos modos de rotação para o conjunto constituído do isolador 2. Nas deformadas fica clara a liberdade dos nós da base do isolador, que não ficam na sua maioria estáticos, como se estivessem colados numa base plana.

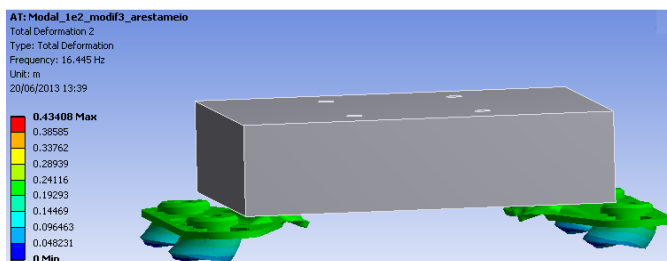


Figura 3.39 – Deformada – modo de translação longitudinal (direção W).

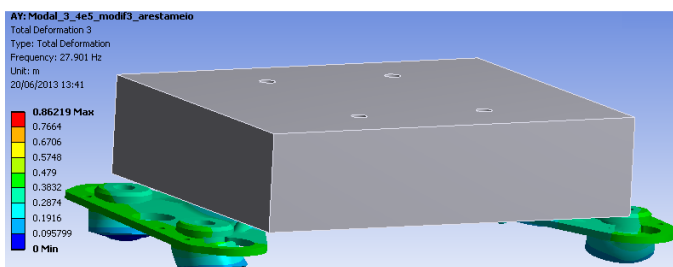


Figura 3.40 – Deformada – modo de rotação superior (direção V).



### 3.4.3 Análise Harmônica numérica e validação para situação com isolador apoiado

Utilizando o mesmo modelo apresentado na Seção 3.2.1, com a mesma condição de contorno na base dos isoladores mostrada na Seção 3.4.2, foram realizadas análises harmônicas, excitando o conjunto com isolador 2 nas posições descritas na Tabela 3.6 e as respostas sendo medidas nos pontos citados na Tabela 3.5.

Igualmente, foram obtidas experimentalmente as curvas de resposta, a exemplo do apresentado na Seção 3.3.2 (excitando o conjunto com um *shaker*), porém, desta vez, não mais colando as interfaces entre a placa base e os isoladores e a interface entre a base dos isoladores e a base de apoio.

A comparação entre os resultados numéricos e os experimentais é apresentada nas Figuras 3.41 a 3.44.

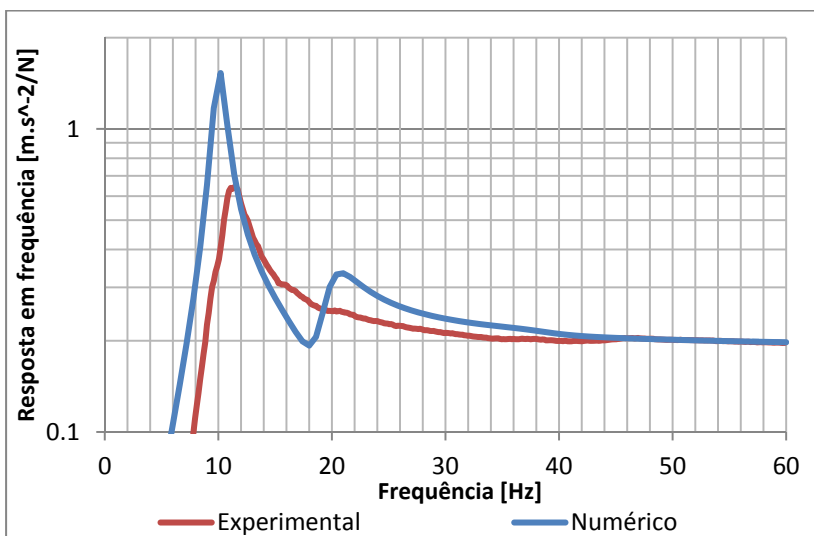


Figura 3.41 – Comparação curva de resposta excitando-se no ponto E4 e medindo-se resposta no ponto 6 – translação longitudinal (direção W).

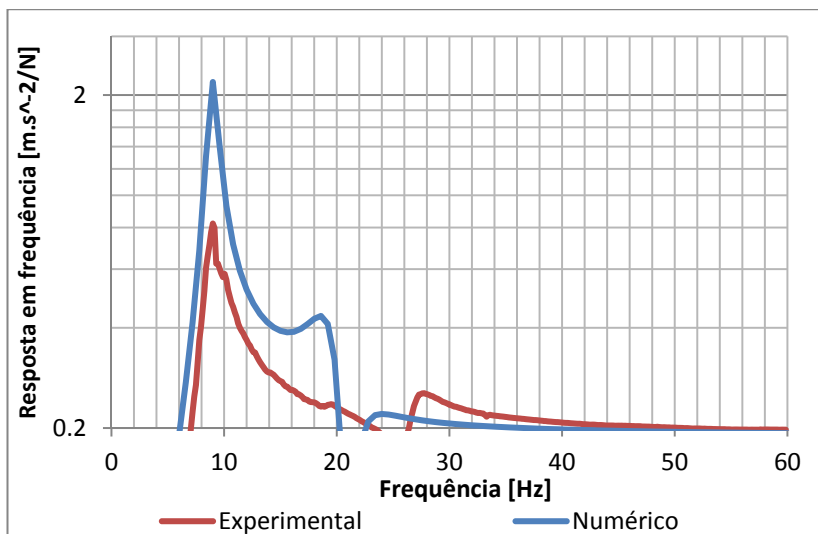


Figura 3.42 – Comparação curva de resposta excitando-se no ponto E2 e medindo-se resposta no ponto 3 – translação transversal (direção X).

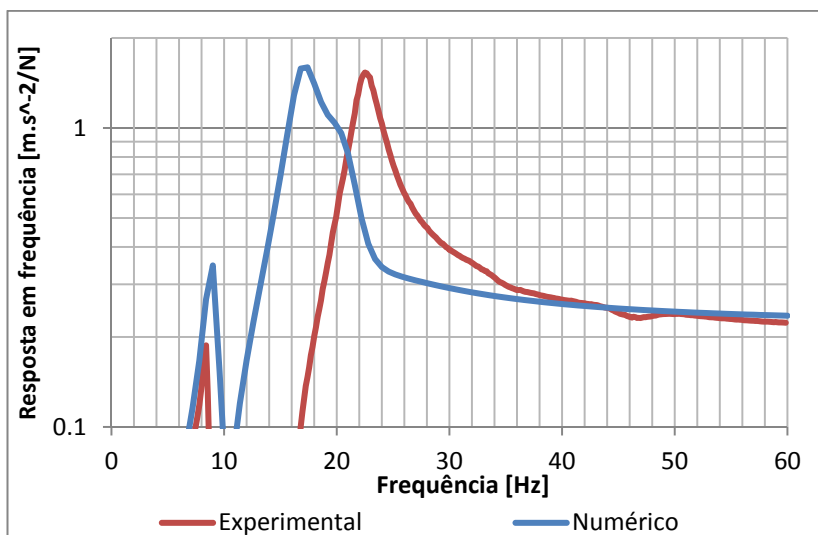


Figura 3.43 – Comparação curva de resposta excitando-se no ponto E3 e medindo-se resposta no ponto 5 – translação transversal e rotação superior (direção X).

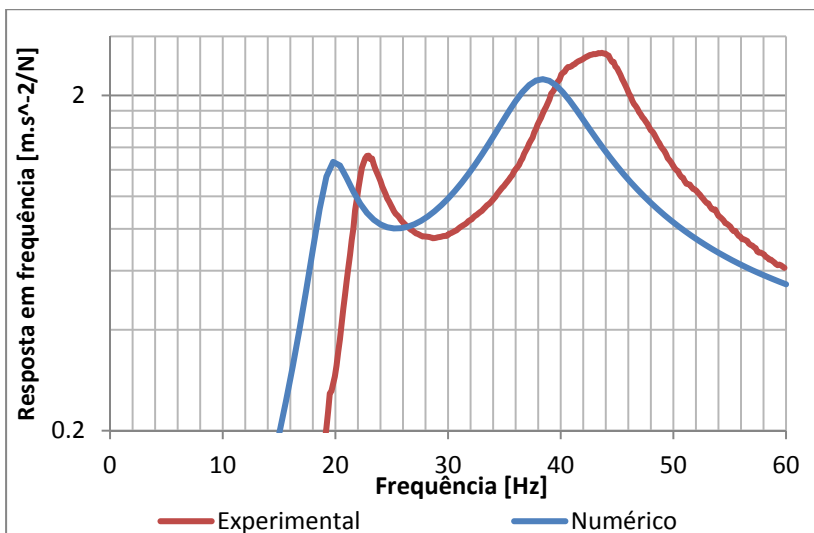


Figura 3.44 – Comparação curva de resposta excitando-se no ponto E5 e medindo-se resposta no ponto 4 – translação superior e rotação transversal a (direção V).

Percebe-se, para todas as figuras, que as curvas experimentais seguem a tendência das curvas numéricas. Observa-se também para os gráficos ilustrados nas Figuras 3.43 e 3.44, que a amplitude das curvas é semelhante, visto que, conforme discutido ao longo deste capítulo, para frequências mais altas (próximas a 50 ou 60Hz, frequências nas quais tipicamente um compressor hermético opera), o valor do fator de perda usado no modelo numérico é similar ao obtido nos experimentos.

Pode-se concluir desta seção que o modelo numérico representa de forma satisfatória o comportamento dinâmico do conjunto, principalmente nas faixas de frequência próximas às quais tipicamente um compressor hermético opera.

## 4 MODELO DINÂMICO DO COMPRESSOR E VALIDAÇÃO

Após a caracterização de materiais típicos usados na fabricação de isoladores de vibração e do desenvolvimento de um modelo numérico do bloco de aço apoiado sobre isoladores, pode-se desenvolver um modelo para o compressor montado sobre isoladores de vibração.

Inicialmente, serão analisados os modos de corpo rígido de um compressor montado sobre isoladores. Em seguida, será feita uma análise que considera as excitações medidas experimentalmente e avalia os esforços no domínio da frequência que um compressor em funcionamento imprime sobre uma base rígida. Validações experimentais de cada uma das análises serão realizadas.

### 4.1 VIBRAÇÕES DE CORPOS RÍGIDOS – SISTEMA MULTICORPOS

Segundo De Silva (2005), softwares de elementos finitos típicos tratam vibrações de corpos rígidos considerando massas como inércias pontuais. Além disso, em grande parte destes softwares as restrições cinemáticas são prescritas levando-se em conta as geometrias dos corpos rígidos.

Será descrito nesta seção um sistema multicorpos típico, no qual os corpos rígidos estão suportados ou interconectados por elementos de mola discretos.

Algumas hipóteses são definidas: (i) as molas tem comprimento desprezível; (ii) os parâmetros de rigidez das molas nos seus eixos principais de deflexão são desacoplados; (iii) a amplitude de oscilação é pequena, por isto não há não linearidades geométricas; (iv) os efeitos dependentes do tempo de materiais poliméricos são desprezados.

#### 4.1.1 Matrizes de rigidez e amortecimento

Considerando um sistema multicorpos típico, admite-se que os parâmetros de rigidez das molas são descritos num sistema de coordenadas cartesiano 3D local, sendo um dos eixos coordenados coincidente com o eixo principal de cada mola.

O vetor força  $\{f\}$ , que contém a força agindo sobre cada mola do sistema, expresso em coordenadas locais, é descrito como:

$$\{f\} = [k]\{x\} \quad , \quad (4.1)$$

onde  $[k]$  é a matriz de rigidez (diagonal, com os valores de rigidez de cada mola) e  $\{x\}$  é o vetor com os deslocamentos das molas. Deseja-se, posteriormente, descrever a equação acima em coordenadas globais. Para isso, utiliza-se uma matriz de transformação  $[T]$  dos sistemas de coordenadas locais para o sistema de coordenadas global, obtendo-se:

$$\{F\} = [T]\{f\} \quad (4.2)$$

e

$$\{X\} = [T]\{x\} \quad , \quad (4.3)$$

sendo  $\{F\}$  e  $\{X\}$  o vetor com as forças que atuam em cada mola e o vetor com os deslocamentos de cada mola, respectivamente, em coordenadas globais.

Rearranja-se, assim, a Equação (4.2):

$$\{F\} = [T][k][T]^{-1}\{X\} = [T][k][T]^t\{X\} \quad . \quad (4.4)$$

Finalmente, chega-se à matriz  $[K]$  de rigidez global:

$$[K] = [T][k][T]^t \quad . \quad (4.5)$$

A matriz de amortecimento global tem formulação idêntica à da matriz de rigidez, substituindo-se os parâmetros de rigidez pelos respectivos parâmetros de amortecimento.

#### 4.1.2 Matrizes de inércia linear e angular

Segundo De Silva (2005), consideram-se, neste caso, os eixos dos centros de coordenadas locais passando pelo centro de massa de cada corpo. De acordo com a formulação de Euler-Newton, a matriz de massa local correspondente ao momento linear é uma matriz diagonal, contendo na diagonal principal os elementos de massa:

$$\{h_l\} = [m]\{v\} \quad , \quad (4.6)$$

onde  $\{h_l\}$  é o vetor do momento linear dos corpos em coordenadas locais,  $[m_i]$  é a matriz de massa e  $\{v\}$  é o vetor velocidade do centro de massa de cada corpo. Pode-se, também, transformar a Equação (4.6) em coordenadas globais, sendo  $\{H_l\}$  o vetor global de momento linear:

$$\{H_l\} = [T][m][T]^t \{V\} \quad . \quad (4.7)$$

Já a equação que expressa o momento angular local é expressa por:

$$\{h_a\} = [j]\{\omega\} \quad , \quad (4.8)$$

onde  $\{h_a\}$  é o vetor do momento angular,  $[j]$  é a matriz de momentos de inércia local e  $\{\omega\}$  é o vetor velocidade angular do centro de massa de cada corpo. Pode-se igualmente transformar a Equação (4.8) em coordenadas globais, sendo  $\{H_a\}$  o vetor global de momento linear e  $\{\Omega\}$  o vetor global contendo as velocidades angulares de cada corpo:

$$\{H_a\} = [T][j][T]^t \{\Omega\} \quad . \quad (4.9)$$

### 4.1.3 Montagem das equações de movimento

Para melhor ilustrar a montagem das equações de movimento, consideram-se dois corpos em movimento ( $i$  e  $j$ ), unidos por uma mola  $p$  com rigidez  $K_p$ , conforme ilustrado na Figura 4.1.

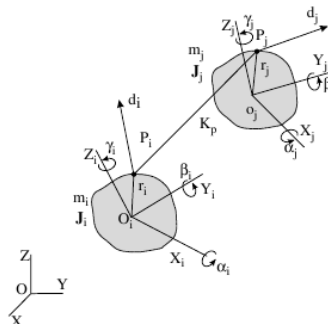


Figura 4.1 – Montagem das equações de movimento, conforme De Silva (2005).

A movimentação do corpo  $i$  em relação à origem global é dada por  $\mathbf{x}_i=(x_i, y_i, z_i)$  e a do corpo  $j$  é dada por  $\mathbf{x}_j=(x_j, y_j, z_j)$ . Similarmente, tem-se que a rotação dos corpos  $i$  e  $j$  em relação às coordenadas locais são dadas por  $\boldsymbol{\alpha}_i=(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$  e  $\boldsymbol{\alpha}_j=(\alpha_j, \beta_j, \gamma_j)$ , respectivamente.

São considerados pequenos deslocamentos dos extremos da mola, descritos no sistema de coordenadas de cada corpo. Estes, segundo De Silva (2005), são dados por:

$$\mathbf{d}_i = \mathbf{x}_i + \boldsymbol{\alpha}_i \times \mathbf{r}_{pi} \quad (4.10)$$

e

$$\mathbf{d}_j = \mathbf{x}_j + \boldsymbol{\alpha}_j \times \mathbf{r}_{pj} , \quad (4.11)$$

onde  $\mathbf{r}_{pi}$  e  $\mathbf{r}_{pj}$  são as coordenadas das terminações da mola, relativas aos corpos  $i$  e  $j$  nas suas respectivas coordenadas locais, sendo  $\mathbf{r}_{pi}=(x_{pi}, y_{pi}, z_{pi})$  e  $\mathbf{r}_{pj}=(x_{pj}, y_{pj}, z_{pj})$ .

Além disso, tem-se que:

$$\boldsymbol{\alpha}_i \times \mathbf{r}_{pi} = \begin{bmatrix} 0 & z_{pi} & -y_{pi} \\ -z_{pi} & 0 & x_{pi} \\ y_{pi} & -x_{pi} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \\ \gamma_i \end{Bmatrix} \quad (4.12)$$

e

$$\boldsymbol{\alpha}_j \times \mathbf{r}_{pj} = \begin{bmatrix} 0 & z_{pj} & -y_{pj} \\ -z_{pj} & 0 & x_{pj} \\ y_{pj} & -x_{pj} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_j \\ \beta_j \\ \gamma_j \end{Bmatrix} . \quad (4.13)$$

Utiliza-se, então, as notações de matriz  $R_{pi}$  e  $R_{pj}$ :

$$R_{pi} = \begin{bmatrix} 0 & z_{pi} & -y_{pi} \\ -z_{pi} & 0 & x_{pi} \\ y_{pi} & -x_{pi} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

e

$$R_{pj} = \begin{bmatrix} 0 & z_{pj} & -y_{pj} \\ -z_{pj} & 0 & x_{pj} \\ y_{pj} & -x_{pj} & 0 \end{bmatrix} . \quad (4.15)$$

Com alguma manipulação algébrica, e sabendo-se que  $\mathbf{M}_i = \mathbf{r}_{pi} \times K_{pi}(\mathbf{d}_j - \mathbf{d}_i)$  e  $\mathbf{M}_j = \mathbf{r}_{pj} \times K_{pj}(\mathbf{d}_i - \mathbf{d}_j)$ , e  $\mathbf{F}_i$  e  $\mathbf{F}_j$  sendo forças externas aos corpos  $i$  e  $j$ , respectivamente, chega-se à equação de movimento do corpo  $i$  na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} m_i & 0 \\ 0 & J_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_i \\ \ddot{\boldsymbol{\alpha}}_i \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_p & K_p R_{pi} \\ R_{pi}^t K_p & R_{pi}^t K_p R_{pi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_i \\ \boldsymbol{\alpha}_i \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K_p & K_p R_{pj} \\ R_{pi}^t K_p & R_{pi}^t K_p R_{pj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_j \\ \boldsymbol{\alpha}_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_i \\ \mathbf{M}_i \end{Bmatrix} . \quad (4.16)$$

Igualmente, chega-se na equação do corpo  $j$ :

$$\begin{bmatrix} m_j & 0 \\ 0 & J_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_j \\ \ddot{\boldsymbol{\alpha}}_j \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K_p & K_p R_{pi} \\ R_{pj}^t K_p & R_{pj}^t K_p R_{pi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_i \\ \boldsymbol{\alpha}_i \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_p & K_p R_{pj} \\ R_{pj}^t K_p & R_{pj}^t K_p R_{pj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_j \\ \boldsymbol{\alpha}_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_j \\ \mathbf{M}_j \end{Bmatrix} . \quad (4.17)$$

## 4.2 MODOS DE CORPO RÍGIDO DO COMPRESSOR MONTADO SOBRE ISOLADORES

O número de graus de liberdade de um sistema vibracional representa o número mínimo de coordenadas necessárias para definir completamente as posições dos elementos de massa do sistema no espaço (HARRIS; CREDE, 1976). Considere um sistema cartesiano de coordenadas 3D para representar o movimento de um elemento de massa e que possibilite translações e rotações nos três eixos, conforme ilustrado na Figura 4.2.



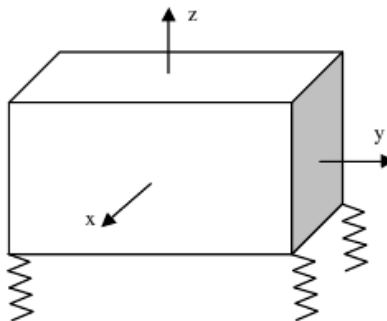


Figura 4.2 – Sistema de seis graus de liberdade. Fonte: De Silva (2005).

No caso específico de um compressor hermético convencional apoiado sobre isoladores sobre uma base rígida, este pode ser modelado como um sistema composto de duas massas concentradas:

- kit, composto do kit mecânico (bloco, pistão, biela, eixo, massas de contrapeso, bomba de óleo) e do motor elétrico;
- carcaça e cárter de óleo.

Além disso, os elementos elásticos são considerados de massa desprezível quando comparados ao compressor, fazendo a ligação entre os dois elementos de massa concentrada e entre a carcaça e uma base rígida. São eles:

- tubo de descarga e mola da suspensão, que ligam a massa concentrada do kit à massa da carcaça;
- isoladores, que ligam a massa da carcaça à base rígida.

A Figura 4.3 ilustra um modelo de multicorpos de um compressor hermético recíproco, considerando baixas frequências (até 400Hz). Cada massa possui seis graus de liberdade e cada elemento elástico exerce forças reativas (relativas à rigidez) e dissipativas (relativas ao amortecimento) nas três direções.

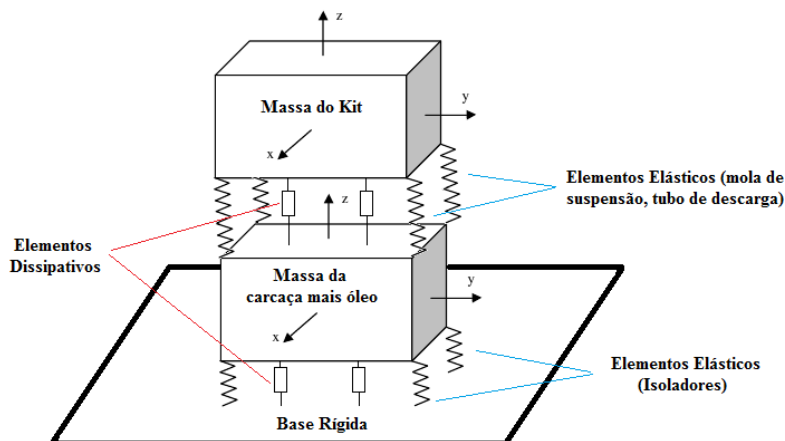


Figura 4.3 – Compressor Recíproco Hermético – Sistema de doze graus de liberdade. Adaptado de De Silva (2005).

Nas próximas seções são descritos um modelo de multicorpos para a análise modal numérica de um compressor e sua validação experimental. Neste modelo, apesar da existência de modos acoplados, a exemplo do bloco apresentado no Capítulo 3, cada um dos modos de corpo rígido será assim denominado:

- Translação Longitudinal: modo em que o movimento dominante é a translação na direção na qual o pistão exerce seu movimento alternativo;
- Translação Transversal: modo em que o movimento dominante é a translação na direção paralela à base na qual o compressor está apoiado e ortogonal à direção do movimento do pistão;
- Translação Superior: modo em que o movimento dominante é a translação na direção normal à base na qual o compressor está apoiado;
- Rotação Longitudinal: modo em que o movimento dominante é a rotação em torno de um eixo paralelo ao qual o pistão exerce seu movimento alternativo;
- Rotação Transversal: modo em que o movimento dominante é a rotação em torno de um eixo ortogonal ao do movimento do pistão e à base na qual o compressor está apoiado;
- Rotação Superior: modo em que o movimento dominante é a rotação em torno de um eixo normal à base na qual o compressor está apoiado.

Além disso, refere-se a cada um dos graus de liberdade aqui excitados como sendo relativos ao kit ou à carcaça, dependendo de qual

dos dois corpos rígidos sofre o maior deslocamento, sendo estes definidos conforme esquema da Figura 4.3.

4.2.1 Análise Modal Numérica

Para um modelo de corpo rígido do compressor, fez-se necessário, num primeiro momento, extrair a massa dos componentes do qual o mesmo é constituído. Estas foram medidas numa balança de precisão *BEL S5201* e os resultados estão apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Massa dos componentes constituintes do compressor estudado.

Componente	Massa [g]
Câmara de sucção	90
Biela e pistão	43
Batente da suspensão	9
Contrapeso	46
Tampa do cilindro	44
Eixo	124
Estator	3192
Rotor	693
Carcaça	2560
Bloco	1249

Em seguida, foi obtido um modelo geométrico extraído do *PRO-Engineer 5.0*, importado no *ANSYS Workbench 14.0*, conforme mostrado na Figura 4.4. O modelo de compressor em questão é apoiado sobre isoladores do tipo 2.

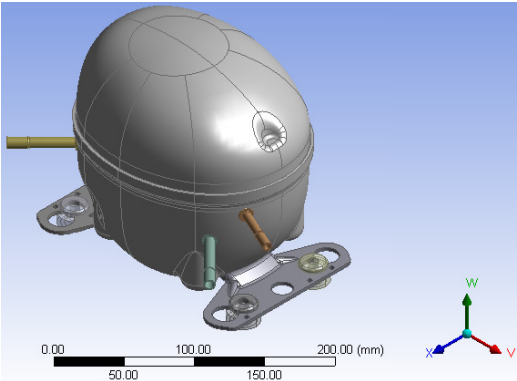


Figura 4.4 – Modelo geométrico do compressor.

Foram, então, criadas juntas fixas entre os componentes que formam a massa concentrada do kit e os que formam a massa concentrada da carcaça. Estas juntas fixas fazem com que não haja movimento relativo entre os referidos componentes. Por sua vez, foram definidas as propriedades dos componentes flexíveis do modelo (tubo de descarga, molas e isoladores), apresentados na Figura 4.5.

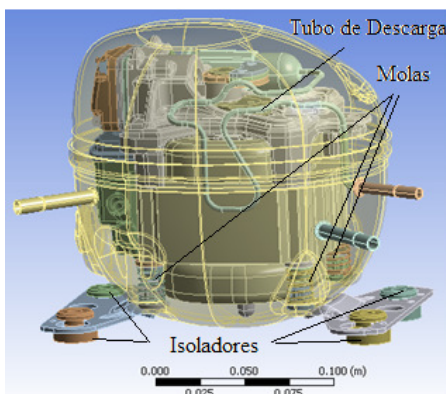


Figura 4.5 – Componentes flexíveis do modelo híbrido do compressor.

As referidas propriedades estão indicadas na Tabela 4.2, sendo que o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson do material da mola de suspensão e do tubo de descarga são iguais aos do aço, conforme biblioteca do *ANSYS Workbench 14.0*. Já o fator de perda do aço foi obtido a partir do fator de amortecimento do aço 1020 (OLIVEIRA, 2006).

Tabela 4.2 – Propriedades dos materiais dos componentes flexíveis.

Componente	Tipo de Simulação	Módulo de Elasticidade $E$ (MPa)	Fator de perda $\eta$ (%)	Coefficiente de Poisson $\nu$
Mola de suspensão	Estática	200.000	-	0,33
	Dinâmica		2	
Tubo de descarga	Estática	200.000	-	0,33
	Dinâmica		2	
Isoladores	Estática	1,45MPa	-	0,499
	Dinâmica	Eq. (3.29)	Eq. (3.30)	

Para cada um dos corpos rígidos é definida uma malha composta de apenas um elemento pontual, cuja posição é o centro de

massa do respectivo componente. O tipo de elemento utilizado para estes componentes foi o *MASS21*, segundo a biblioteca do *ANSYS*.

Já para os corpos flexíveis, são criadas malhas de elementos finitos, com elementos tetraédricos para mola de suspensão e tubo de descarga (tipo *SOLID187*, com 10 nós) e com elementos hexaédricos para os isoladores (tipo *SOLID186*, com 20 nós). Além disso, foi definida uma malha com tamanho máximo de aresta de 2mm para os elementos que constituem os isoladores e 5mm para os outros elementos de corpos flexíveis.

Uma restrição a exemplo da apresentada na Figura 3.38 foi imposta na parte inferior dos quatro isoladores, a fim de se representar o comportamento de um compressor, montado sobre isoladores que, por sua vez, estão apoiados numa base rígida e plana.

Após o modelo em *ANSYS Workbench* ter sido exportado para a versão clássica do *ANSYS 14.0*, foi realizada uma análise estática, avaliando o efeito do peso próprio do compressor sobre os isoladores, considerando o valor da aceleração da gravidade igual a  $9,81\text{m/s}^2$ . A malha da estrutura com o isolador deformado na análise estática foi usada para uma análise modal do tipo *Damped*. Para tal, seguiam-se os seguintes passos:

- a) foram calculadas as doze frequências naturais amortecidas de corpo rígido do sistema para um módulo de elasticidade e para um fator de perda para a frequência de 20Hz e 25°C, que, segundo as Equações (3.29) e (3.30) são iguais a 2,2MPa e 11,7%, respectivamente. O objetivo deste primeiro cálculo era obter uma primeira aproximação das frequências naturais amortecidas do sistema;
- b) foram recalculadas as frequências naturais amortecidas variando-se o valor do módulo de elasticidade e do respectivo fator de perda. Isto foi feito para cada tipo de modo de corpo rígido até que, ao substituir-se o valor da frequência natural não amortecida calculada para este modo na Equação (3.29), fosse possível obter o valor do módulo de elasticidade usados nesta simulação. Lembra-se que isto foi feito para cada um dos doze modos de corpo rígido.

As frequências naturais de corpo rígido obtidas são apresentadas na Tabela 4.3, enquanto as Figuras 4.6 e 4.7 mostram alguns dos modos aqui simulados.

Tabela 4.3 – Frequências naturais de corpo rígido do compressor estudado.

Tipo de modo de corpo rígido	Kit	Carcaça
Translação Longitudinal	3,72Hz	18,28Hz
Translação Transversal	3,46Hz	12,90Hz
Translação Superior	5,78Hz	33,16Hz
Rotação Longitudinal	9,56Hz	30,24Hz
Rotação Transversal	9,36Hz	42,26Hz
Rotação Superior	8,64Hz	23,61Hz

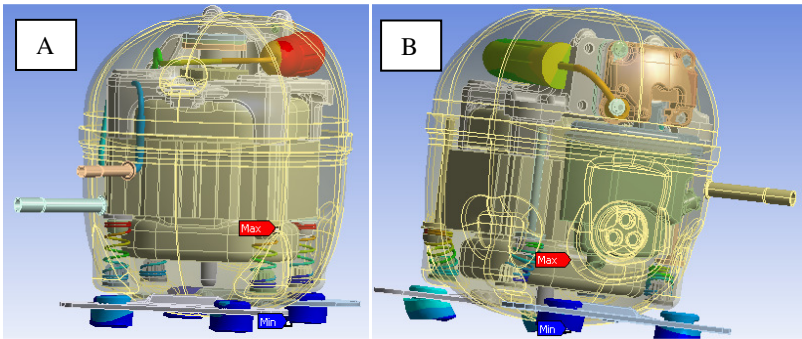


Figura 4.6: (A) Modo de Translação Superior do kit. (B) Modo de Rotação Superior do kit.

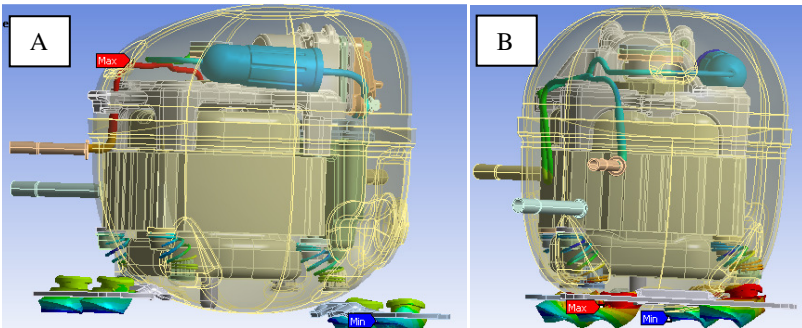


Figura 4.7: (A) Modo de Translação Longitudinal da carcaça. (B) Modo de Rotação Longitudinal da carcaça.

Observa-se que os seis primeiros modos de corpo rígido são relativos ao kit. Isto ocorre porque a massa do kit é maior que a da carcaça e porque as rigidezes de um isolador são bem superiores às rigidezes de uma mola de suspensão.

Além disso, fica claro que tanto os primeiros modos relativos ao kit quanto os relativos à carcaça são translações longitudinais e

transversais destes componentes. Isto ocorre porque as rigidezes de uma mola de suspensão e de um isolador de vibração são menores nas direções paralelas à base rígida que na direção normal a esta base.

#### 4.2.2 Análise Modal Numérica – modelo alternativo

Uma maneira alternativa de analisar as frequências naturais de corpo rígido do compressor apresentado na Figura 4.4 pode ser realizada em duas etapas, conforme descrito a seguir.

Inicialmente, faz-se uma análise estática de apenas um isolador, modelado em elementos finitos conforme discutido na seção anterior. A restrição da Figura 3.38 é imposta sob o isolador. Na superfície na qual a placa base do compressor solicita o isolador quando o mesmo é montado, é imposto um deslocamento de 1mm na direção normal e nas direções transversais à esta superfície, conforme pode ser visto na Figura 4.8.

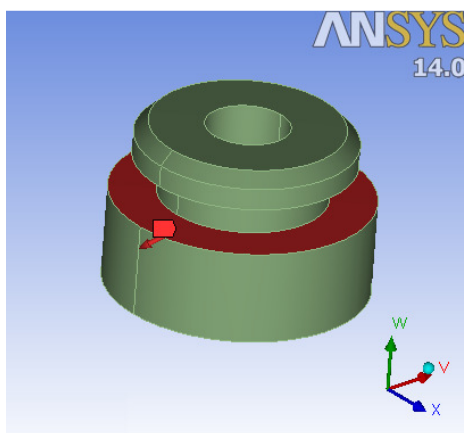


Figura 4.8 – Aplicação de deslocamento na análise estática do isolador.

Importante mencionar que o módulo de elasticidade a ser prescrito no modelo do isolador deve corresponder à frequência do modo de corpo rígido que se quer avaliar.

Assim, calculam-se as forças de reação no engaste prescrito na base do isolador e é possível, portanto, obter a rigidez do isolador nas três direções nas quais os deslocamentos foram aplicados.

O segundo passo consiste na análise modal propriamente dita: o compressor é modelado conforme descrito na Seção 4.2.1, exceto pelos

isoladores, que são modelados, cada um, como um conjunto de três molas ortogonais entre si. As molas são dispostas em cada uma das três direções em que foram aplicados carregamentos na análise estática do isolador e possuem uma extremidade solidária à placa base do compressor e outra extremidade fixa.

A Figura 4.9 mostra como o compressor é modelado na análise modal numérica aqui proposta.

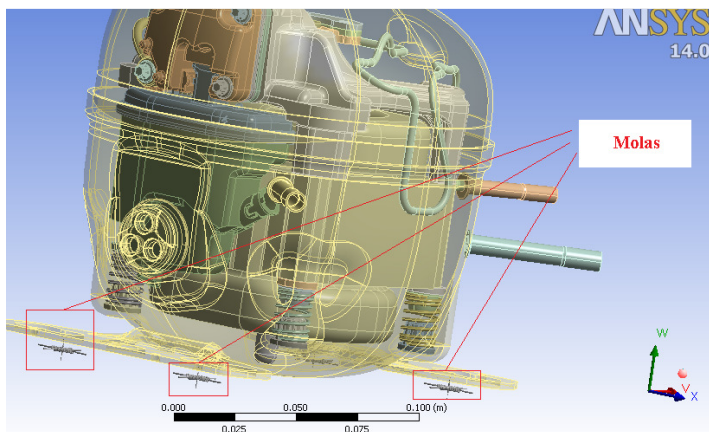


Figura 4.9 – Modelo numérico alternativo do compressor para análise dos modos de corpo rígido do mesmo.

Para cada uma das três molas que representam um isolador é definido um comprimento e uma rigidez. As rigidezes prescritas são as mesmas calculadas para o isolador na análise estática do mesmo, em cada uma das direções. Já os comprimentos e as disposições das molas são melhores visualizados na Figura 4.10.

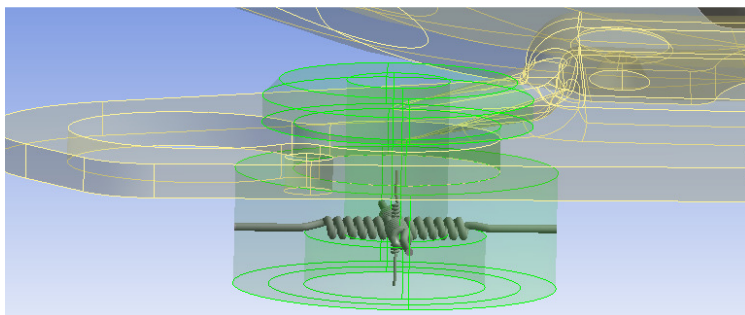


Figura 4.10 – Comprimento e disposição das molas que representam o isolador.



A Figura 4.10 mostra as molas sobrepostas ao isolador, ao qual estão representando. Percebe-se que duas das molas têm diâmetro igual ao diâmetro do isolador e estão dispostas num plano à meia altura entre a interface entre a placa base e o isolador e a base do isolador. A outra mola tem comprimento igual à distância entre a base do isolador e a interface do isolador com a placa base do compressor e fica disposta no eixo central do isolador.

Foram feitas, então, as análises estruturais no *ANSYS Workbench 14.0*, deformando o isolador a fim de se avaliar sua rigidez, considerando primeiramente o módulo de elasticidade do material 2 na situação estática e posteriormente considerando seu valor nas frequências naturais de corpo rígido mostradas na Tabela 4.3.

Na sequência, utilizando-se do modelo da Figura 4.9, foram simuladas na versão clássica do *ANSYS 14.0* análises estáticas a fim de avaliar a deformação do modelo quando submetido à aceleração da gravidade de  $9,81\text{m/s}^2$ .

A partir da malha deformada pela aceleração da gravidade, processaram-se doze análises modais com algoritmo *Block Lanczos* também na versão clássica do *ANSYS 14.0*, correspondentes a cada uma das frequências naturais de corpo rígido.

A Tabela 4.4 apresenta uma comparação entre a análise modal completa, discutida na Seção 4.2.1, e a simplificada, apresentada nesta seção, comparando-se o valor das doze frequências naturais de corpo rígido. Lembra-se que a análise modal simplificada não contempla amortecimento.

Considerando um processador *Intel® Core™ 3,06GHz*, com memória RAM de 8,0Gb, cada análise modal completa demandou cerca de 66s, enquanto as análises modais simplificadas precisavam de 18s para serem finalizadas.

Tabela 4.4 – Frequências naturais de corpo rígido calculadas usando Análise Modal Completa e Análise Modal Simplificada.

<b>Tipo de Modo</b>	<b>Completa [Hz]</b>	<b>Simplificada [Hz]</b>	<b>Diferença (%)</b>
<b>Translação Longitudinal Kit</b>	3,72	3,71	0,27
<b>Translação Transversal Kit</b>	3,46	3,48	-0,57
<b>Translação Superior Kit</b>	5,78	5,81	-0,43
<b>Rotação Longitudinal Kit</b>	9,56	9,62	-0,57
<b>Rotação Transversal Kit</b>	9,36	9,40	-0,49
<b>Rotação Superior Kit</b>	8,64	8,71	-0,74
<b>Translação Longitudinal Carcaça</b>	18,28	18,71	-2,34
<b>Translação Transversal Carcaça</b>	12,90	12,79	-2,43
<b>Translação Superior Carcaça</b>	33,16	34,60	-4,35
<b>Rotação Longitudinal Carcaça</b>	30,24	31,92	-5,57
<b>Rotação Transversal Carcaça</b>	42,26	43,34	-2,57
<b>Rotação Superior Carcaça</b>	23,61	24,28	-2,86

Percebe-se que as frequências naturais de corpo rígido referentes à carcaça (dependentes da geometria do isolador) no modelo simplificado apresentam diferenças entre 2 a 6% em relação ao modelo completo. Isto ocorre porque, na análise estática para cálculo da rigidez do isolador, é imposta deformação de 1mm nas 3 direções na superfície apresentada na Figura 4.8, que é ligeiramente maior que a superfície de contato entre isolador e placa base.

O modelo simplificado aqui apresentado será utilizado no Capítulo 5, que trata da otimização de um isolador de vibração.

#### 4.2.3 Validação Experimental da Análise Modal Numérica

A validação dos resultados das simulações da Seção 4.2.1 foi feita de forma experimental, através da impactação de um compressor

do mesmo modelo apoiado em isoladores tipo 2 e sobre uma base rígida (piso), como pode ser visto na Figura 4.11.



Figura 4.11 – Compressor cujas frequências naturais de corpo rígido foram avaliadas experimentalmente.

Para tal, foi utilizado um analisador *B&K PULSE Tipo 3050-B-060*, ao qual foram conectados um martelo de impacto *PCB 086D05* com ponteira de nylon (apresentado na Figura 4.12) e um acelerômetro triaxial *B&K 4525B*. A faixa de frequência estendeu-se até 800Hz, com 3200 linhas, garantindo uma discretização de 0,25Hz.

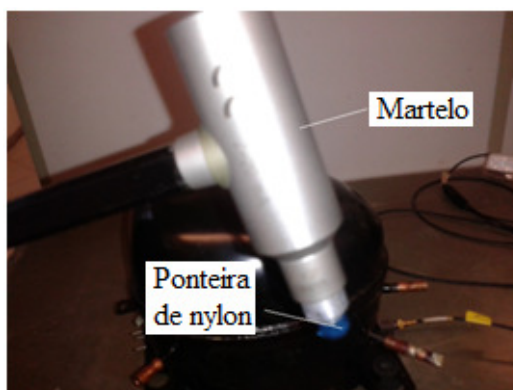


Figura 4.12 – Martelo de impactação e ponteira usados nos experimentos.

Foram definidas uma janela transiente para o sinal da excitação (força imprimida pelo martelo) e uma janela exponencial para o sinal da resposta (no caso, foi usada a aceleração na direção Z medida pelo acelerômetro triaxial), mostradas na Figura 4.13.

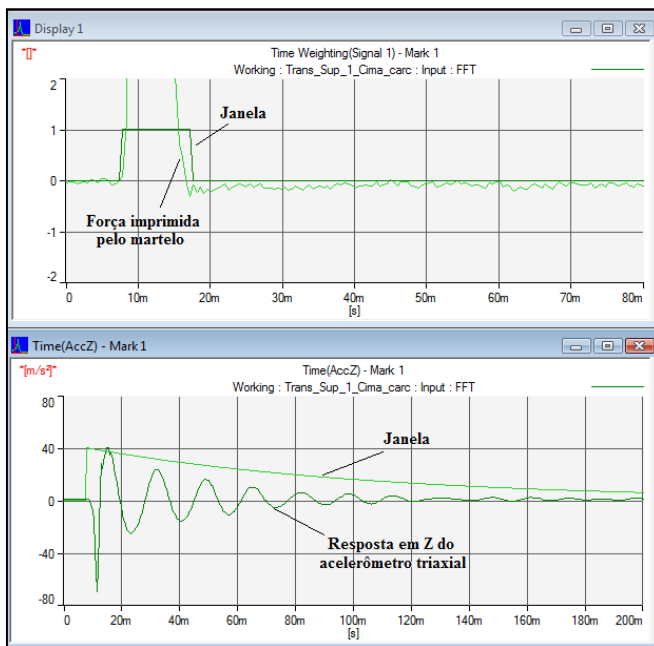


Figura 4.13 – Janelas utilizadas durante os experimentos.

As direções das impactações foram escolhidas de forma a excitar os seis modos de corpo rígido nos quais a carcaça sofre os maiores deslocamentos. Para cada grau de liberdade excitado, foi considerada a média de três medições.

A Figura 4.14 mostra os pontos de impactação e os de resposta para excitar modos de translação da carcaça. Por sua vez, os modos de rotação foram excitados de maneira análoga à apresentada nas Figuras 3.24B e 3.25.



Figura 4.14 – Extração das frequências naturais de corpo rígido de translação (A) longitudinal, (B) transversal e (C) superior da carcaça.

As Figuras 4.15 e 4.16 mostram as funções de resposta em frequência (FRF) as quais indicam as frequências naturais de corpo rígido de translação longitudinal e superior da carcaça, respectivamente.

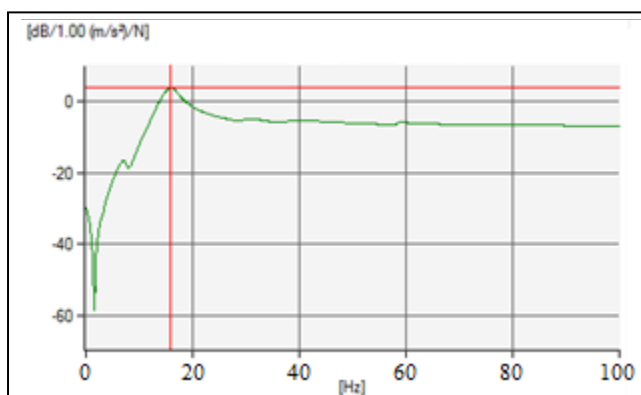


Figura 4.15 – FRF que mostra translação longitudinal da carcaça.

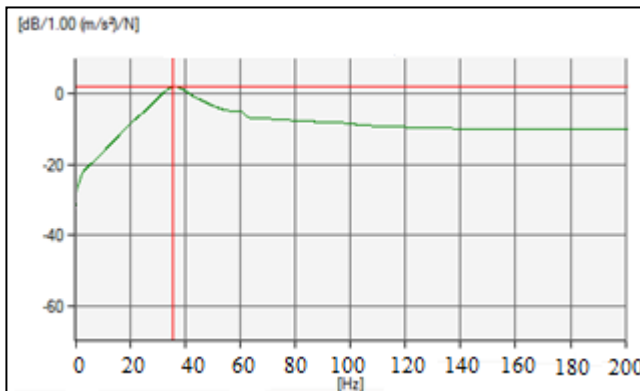


Figura 4.16 – FRF que mostra translação superior da carcaça.

Para se excitar os graus de liberdade do kit, decidiu-se, com base nos resultados apresentados na Tabela 4.4, utilizar um kit montado numa carcaça, mas sem a tampa da mesma. A Tabela 4.5 apresenta uma comparação entre as frequências naturais de corpo rígido calculadas numericamente, conforme Seção 4.2.1, que mostra que para os modos em que o kit sofre o maior deslocamento, a retirada da tampa do compressor não implica em um grande erro no que diz respeito ao valor da frequência natural de corpo rígido.

Tabela 4.5 – Frequências naturais de corpo rígido calculadas numericamente para compressor montado com e sem tampa.

<b>Tipo de Modo</b>	<b>Com Tampa [Hz]</b>	<b>Sem Tampa [Hz]</b>	<b>Diferença (%)</b>
<b>Translação Longitudinal Kit</b>	3,72	3,73	-0,32
<b>Translação Transversal Kit</b>	3,46	3,51	-1,61
<b>Translação Superior Kit</b>	5,78	5,79	-0,11
<b>Rotação Longitudinal Kit</b>	9,56	9,72	-1,70
<b>Rotação Transversal Kit</b>	9,36	9,55	-2,05
<b>Rotação Superior Kit</b>	8,64	8,74	-1,18
<b>Translação Longitudinal Carcaça</b>	18,28	23,47	-28,38
<b>Translação Transversal Carcaça</b>	12,90	19,58	-56,75
<b>Translação Superior Carcaça</b>	33,16	37,80	-14,00
<b>Rotação Longitudinal Carcaça</b>	30,24	31,84	-5,31
<b>Rotação Transversal Carcaça</b>	42,26	49,24	-16,53
<b>Rotação Superior Carcaça</b>	23,61	26,90	-13,96

A maneira como foram excitados os graus de liberdade de translação em que o kit sofre o maior deslocamento é apresentada na Figura 4.17 (os modos de rotação do kit são excitados de maneira análoga às Figuras 3.24B e 3.25). Curvas de função resposta em frequência (excitação por martelo de impactação) que mostram como foram excitadas a translação superior e a rotação transversal do kit são apresentadas, respectivamente, nas Figuras 4.18 e 4.19.

Já a Tabela 4.6 apresenta os resultados simulados e experimentais, sendo que a diferença é calculada a partir da Equação (3.31).



Figura 4.17 – Extração das frequências naturais de corpo rígido de translação (A) longitudinal, (B) transversal e (C) superior do kit.

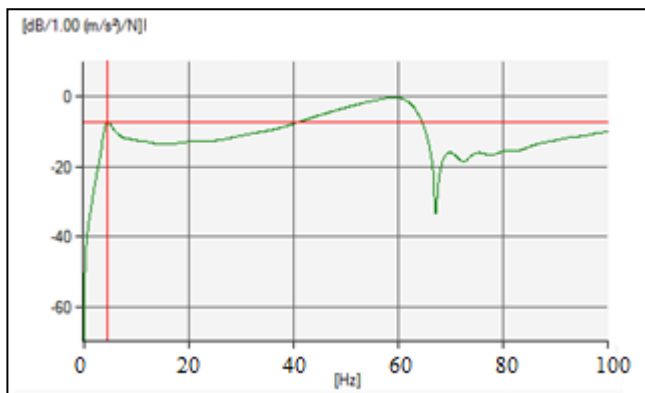


Figura 4.18 – FRF que mostra translação superior do kit.



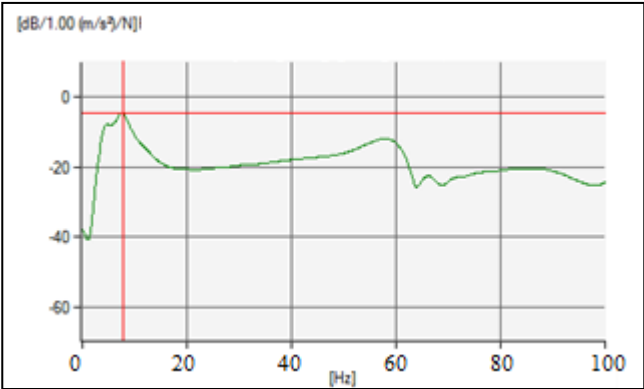


Figura 4.19 – FRF que mostra rotação transversal do kit.

Tabela 4.6 – Frequências naturais de corpo rígido do compressor apresentado na Figura 4.11 montado sobre isolador 2 (de material 2), apoiado numa base plana rígida.

Tipo de Modo	Numérico [Hz]	Experimental [Hz]	Diferença (%)
Translação Longitudinal Kit	3,72	3,69	0,95
Translação Transversal Kit	3,46	3,24	6,14
Translação Superior Kit	5,78	5,31	8,16
Rotação Longitudinal Kit	9,56	9,59	-0,31
Rotação Transversal Kit	9,36	9,29	0,76
Rotação Superior Kit	8,64	8,26	4,44
Translação Longitudinal Carcaça	18,28	18,88	-3,26
Translação Transversal Carcaça	12,90	11,80	5,53
Translação Superior Carcaça	33,16	35,55	-7,21
Rotação Longitudinal Carcaça	30,24	33,04	-9,27
Rotação Transversal Carcaça	42,26	44,99	-6,46
Rotação Superior Carcaça	23,61	24,19	-2,47

Conclui-se, a partir da Tabela 4.6, que o modelo híbrido do compressor, no qual as massas concentradas estão modeladas como corpos rígidos e para o qual os elementos flexíveis, tais como o tubo de descarga, as molas de suspensão e os isoladores de vibração estão discretizados em elementos finitos, está suficientemente ajustado aos valores obtidos experimentalmente.

### 4.3 RESPOSTA ÀS EXCITAÇÕES DE BAIXAS FREQUÊNCIAS

Nesta seção, será analisada a resposta harmônica utilizando o modelo apresentado na Seção 4.2.1 e os resultados comparados aos experimentais.

#### 4.3.1 Excitações geradas por um compressor típico em operação

##### 4.3.1.1 Forças Geradas pelas Partes Móveis

O mecanismo de um compressor hermético alternativo possui forças de inércia rotacionais e translacionais. As forças que atuam no plano perpendicular ao eixo de giro são dadas por:

$$f_{ri} = m_i r_i \omega^2 \quad (4.18)$$

onde  $i$  é o sub-índice que identifica o componente do mecanismo,  $f_{ri}$  indica uma força gerada por uma inércia rotativa,  $m_i$  é a massa do componente,  $r_i$  indica a distância do centroide do componente ao centro do eixo de giro, e  $\omega$  é a velocidade angular.

A biela é um componente do mecanismo tratado de uma maneira um pouco diferente, já que possui um movimento complexo. Seus efeitos podem ser representados por duas inércias pontuais, sendo uma delas no pino do pistão – apresentando um movimento de translação – e a outra situada no centro de giro do excêntrico, representando uma inércia rotacional, facilitando, assim, a formulação algébrica para o cálculo dos esforços transmitidos pelo mecanismo. A divisão da massa da biela é feita proporcionalmente, sendo que a maior parte ficará concentrada no ponto (centro do pino do pistão ou centro do excêntrico) mais próximo do centroide da biela (DE SILVA, 2005).

Considerando, inicialmente, que não há massas desbalanceadas no pino do excêntrico, sendo todas as massas desbalanceadas concentradas no pino do pistão, De Silva (2005) propõe um modelo conforme ilustrado na Figura 4.20.

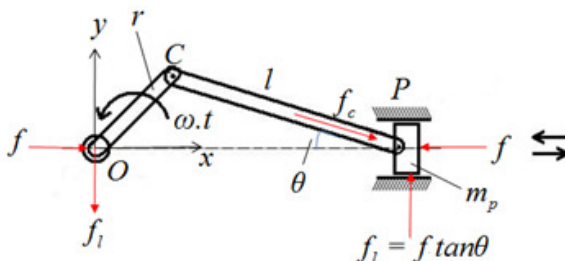


Figura 4.20 – Modelo proposto para a análise de um mecanismo de pistão único (adaptado de European Food Service).

Este modelo é composto por uma manivela  $OC$  de comprimento  $r$  e sem massa, que gira no plano  $x$ - $y$  em torno do ponto  $O$  a uma velocidade angular  $\omega$ , pela biela  $CP$  (de comprimento  $l$  e também sem massa), ligando-se à manivela em  $C$  e ao pino do pistão em  $P$ , e pela massa  $m_p$ , concentrada em  $P$ , que leva em conta a massa do pistão, do pino do pistão e de parte da biela. Consideram-se as juntas entre a manivela e a biela, e a biela e o pistão como sem atrito. O ângulo  $\theta$  é formado entre o eixo  $x$  e a biela.

A força  $f_{ip}$  devida à inércia do pistão é dada por:

$$f_{ip} = m_p \ddot{x} \quad , \quad (4.19)$$

onde  $\ddot{x}$  é a aceleração da massa  $m_p$ . Observa-se que o deslocamento de  $m_p$  é dado por:

$$x = r \cos(\omega.t) + l \cos(\theta) \quad . \quad (4.20)$$

Da Figura 4.26 obtém-se:

$$r \sin(\omega.t) = l \sin(\theta) \quad , \quad (4.21)$$

sendo

$$\cos(\theta) = \sqrt{1 - \left(\frac{r}{l}\right)^2 \sin^2(\omega t)} \quad . \quad (4.22)$$

Considerando que  $\frac{r}{l}$  é bem menor que a unidade para as aplicações típicas em compressores herméticos, pode-se expandir a Equação (4.22) em Série de Taylor e considerar somente o primeiro termo:

$$\cos(\theta) \approx 1 - \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{r}{l}\right)^2 \sin^2(\omega t) \quad . \quad (4.23)$$

Usando relações trigonométricas, esta equação pode ser reescrita na forma:

$$\cos(\theta) \approx 1 - \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{r}{l}\right)^2 [1 - \cos^2(2\omega t)] \quad . \quad (4.24)$$

Substituindo na Equação (4.20), obtém-se:

$$x = r \cos(\omega t) + \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{r}{l}\right)^2 \cos(2\omega t) + l - \left(\frac{l}{4}\right)\left(\frac{r}{l}\right)^2 \quad . \quad (4.25)$$

Derivando duas vezes em relação ao tempo e substituindo o resultado na Equação (4.19), obtém-se:

$$f_{ip} = -m_p r \omega^2 \cos(\omega t) - m_p l \left(\frac{r}{l}\right)^2 \omega^2 \cos(2\omega t) \quad . \quad (4.26)$$

A Equação (4.26) mostra que a força exercida pelo conjunto de partes móveis (pistão, biela e excêntrico) é composta por uma componente na frequência de rotação do compressor e por outra componente, de menor amplitude, na primeira harmônica da frequência de funcionamento do compressor.

Ao serem consideradas as inércias rotatórias, tem-se que a força transversal ao movimento do pistão  $F_y$  exercida no centro e no plano normal ao eixo de rotação do mecanismo, é dada por:

$$F_y = ((m_{bim} + m_m)r - (m_{cpm}r_{cpm} + m_{cpi}r_{cpi} + m_e r_e))\omega^2 \sin(\omega t), \quad (4.27)$$

sendo  $m_{bim}$  a massa proporcional da biela situada na manivela,  $m_m$  a massa da manivela,  $m_{cpm}$  a massa do contrapeso do eixo,  $m_{cpi}$  a massa das lâminas de contrapeso (geralmente feitas em aço, com o objetivo de se opor ao movimento do pistão para balancear o compressor) e  $m_e$  a massa do eixo. Já a distância entre o centro do eixo ao centroide contrapeso do eixo, ao centroide das lâminas de contrapeso e ao centroide do eixo são dadas, respectivamente, por  $r_{cpm}$ ,  $r_{cpi}$  e  $r_e$ .

Por sua vez, a força longitudinal ao movimento do pistão  $F_x$ , considerando as inércias rotatórias do mecanismo é:

$$F_x = ((m_p + m_{bim} + m_m)r - (m_{cpm}r_{cpm} + m_{cpi}r_{cpi} + m_e r_e))\omega^2 \cos(\omega t) + m_p r^2 \frac{\omega^2}{l} \cos(2\omega t) \quad (4.28)$$

Pode-se verificar componentes da força na frequência de rotação do compressor e na primeira harmônica (DE SILVA, 2005; PORTO) através desta abordagem analítica.

#### 4.3.1.2 Avaliação Experimental das Forças Geradas pelas Partes Móveis de um Compressor

As vibrações de baixas frequências num compressor hermético podem ser excitadas de duas formas: pelas forças geradas pelos movimentos dos componentes que formam o mecanismo e pela compressão do gás de refrigeração. Neste trabalho serão consideradas somente as forças de inércia das partes móveis.

Para a medição experimental das excitações impostas pelo mecanismo de um compressor como o da Figura 4.11, foi utilizado um analisador *B&K PULSE Tipo 3050-B-060* e o tratamento de dados foi feito no *B&K Pulse Labshop 17.0*.

Foi fixado um acelerômetro triaxial *B&K 4525B* sobre o bloco do compressor, próximo ao mancal principal, como mostra a Figura 4.21. Cabe destacar que na parte superior da figura vê-se o compressor aberto apenas para identificar a posição do acelerômetro, já que durante as medições o mesmo estava fechado com sua respectiva tampa,

havendo uma fita adesiva entre corpo e tampa para minimizar movimentos relativos entre eles e evitar vazamento de óleo durante o funcionamento do compressor.

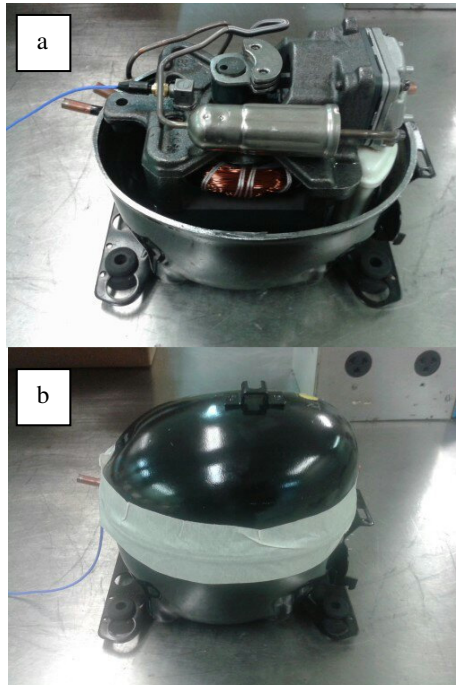


Figura 4.21– posição do acelerômetro sobre o bloco do compressor:  
(a) posição do acelerômetro (compressor aberto) e (b) compressor fechado.

As medições foram iniciadas vinte segundos após o compressor ser ligado, sendo obtidos espectros de aceleração de 0 a 400Hz, com 1600 linhas. Estas curvas podem ser visualizadas na Figura 4.22.

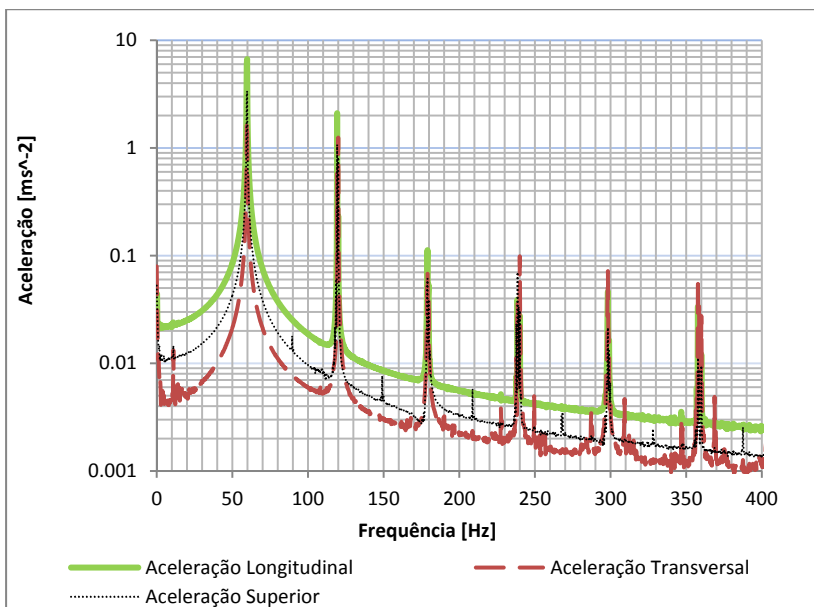


Figura 4.22 – Espectros de aceleração do bloco próximo ao mancal principal do compressor.

Inicialmente, percebe-se que as três curvas de aceleração apresentam harmônicos a cada 60Hz, que são frequências múltiplas da de funcionamento do compressor. Além disso, vê-se claramente que as acelerações durante o funcionamento do compressor são da ordem de  $5\text{m/s}^2$  em 60Hz, reduzindo para valores três ordens de grandeza menores em 400Hz.

Finalmente, para se prescrever a excitação no modelo numérico de corpo rígido do compressor, faz-se necessário saber a fase existente entre os sinais de aceleração. Para isto, obtiveram-se do analisador digital de sinais *B&K Pulse* as funções resposta em frequência da aceleração na direção transversal, tomando a aceleração longitudinal como referência (Trans/Long) e a resposta em frequência da aceleração superior, considerando igualmente a aceleração longitudinal como sinal de referência (Sup/Long).

As referidas curvas experimentais de resposta em frequência são mostradas na Figura 4.23.

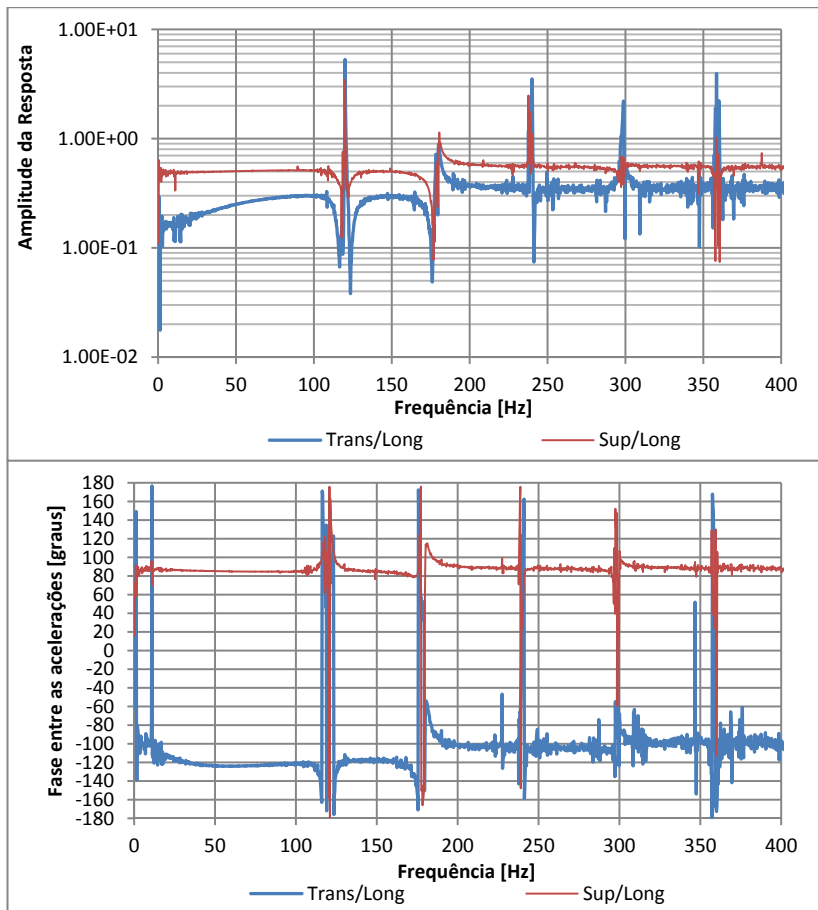


Figura 4.23 – Amplitude e fase das funções resposta em frequência em função do deslocamento na direção longitudinal. Resultado Experimental.

Observam-se na Figura 4.23 dois detalhes interessantes. A amplitude de vibração na direção superior é mais alta que a amplitude na direção transversal ao longo de quase todo o espectro e ambas são inferiores à amplitude da aceleração na direção longitudinal. Além disso, fica claro que a excitação nas direções longitudinal e transversal tem o mesmo sinal ao longo do espectro, sinais estes que são diferentes do sinal da aceleração na direção superior.



### 4.3.2 Análise Harmônica Numérica do compressor montado sobre isoladores – excitação real

Conforme comentado anteriormente, o modelo para a análise harmônica numérica de um compressor foi baseado no modelo em elementos finitos apresentado na Seção 4.2.1.

Complementando a geometria mostrada nas Figuras 4.4 e 4.5, foram adicionados tubos que representam as linhas de sucção e de descarga. A Figura 4.24 mostra o novo modelo, para o qual a malha das tubulações foi modelada com elementos hexaédricos do tipo *SOLID186* de 20mm de comprimento.

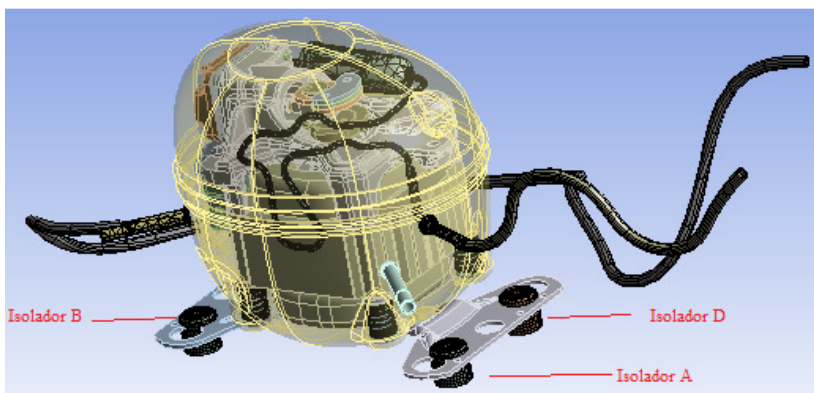


Figura 4.24 – modelo multicorpos para análise harmônica numérica (o isolador C não está aparecendo na figura mas é simétrico ao isolador B).

Foi prescrita uma condição de contorno do tipo engaste na terminação dos tubos ligados ao compressor, objetivando representar a conexão destes tubos a um sistema de refrigeração. As demais condições de contorno, os tipos de elemento e os materiais são os mesmo apresentados na Seção 4.2.1.

Além disso, foi considerado no modelo um carregamento na mesma posição em que a aceleração do bloco do compressor foi medida na Seção 4.3.1.2 (Figura 4.21). As forças complexas prescritas nas três direções eram iguais ao produto das curvas de aceleração mostradas na Figura 4.22 pela massa do kit do compressor (5,5kg), sempre se levando em conta a fase existente entre as acelerações na direção superior e na direção transversal em relação à direção longitudinal.

Assim, através de uma análise harmônica pelo método direto, foram obtidas as curvas de amplitude da força de reação na direção

superior (normal à base na qual o compressor estava apoiado) para cada um dos quatro isoladores de vibração, que são apresentadas na Figura 4.25. Ressalta-se que a faixa de interesse era até 400Hz, com uma discretização de 0,25Hz.

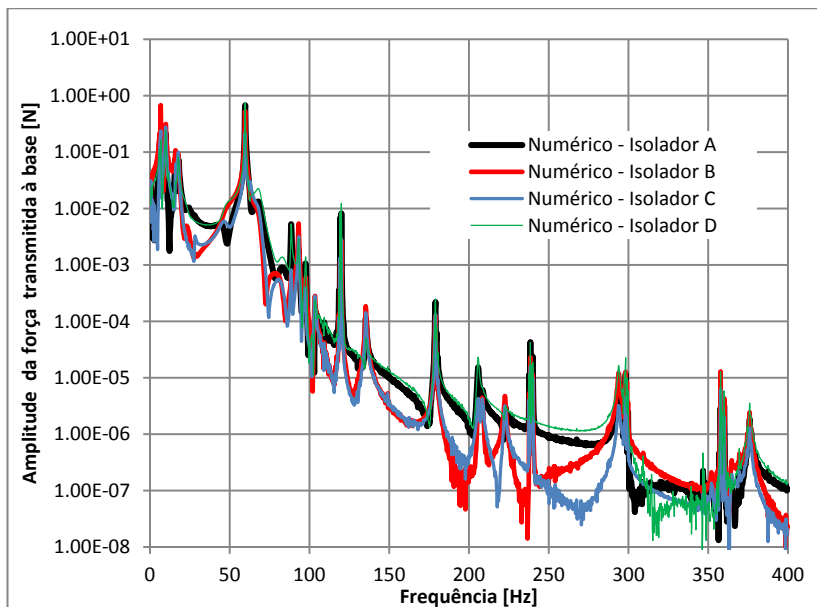


Figura 4.25 – Curvas de amplitude da força de reação na base para cada um dos quatro isoladores.

Os resultados mostram que, em primeiro lugar, as amplitudes nas componentes harmônicas são de mesma ordem de grandeza para os quatro isoladores. Além disso, percebe-se que nos vales a amplitude de força transmitida para os isoladores A e D, que estão mais próximos dos engastes das tubulações de sucção e descarga, é maior que para os isoladores B e C.

### 4.3.3 Validação do modelo dinâmico do compressor

Objetivando validar experimentalmente o modelo numérico apresentado na seção anterior, montou-se o experimento conforme apresentado na Figura 4.26.

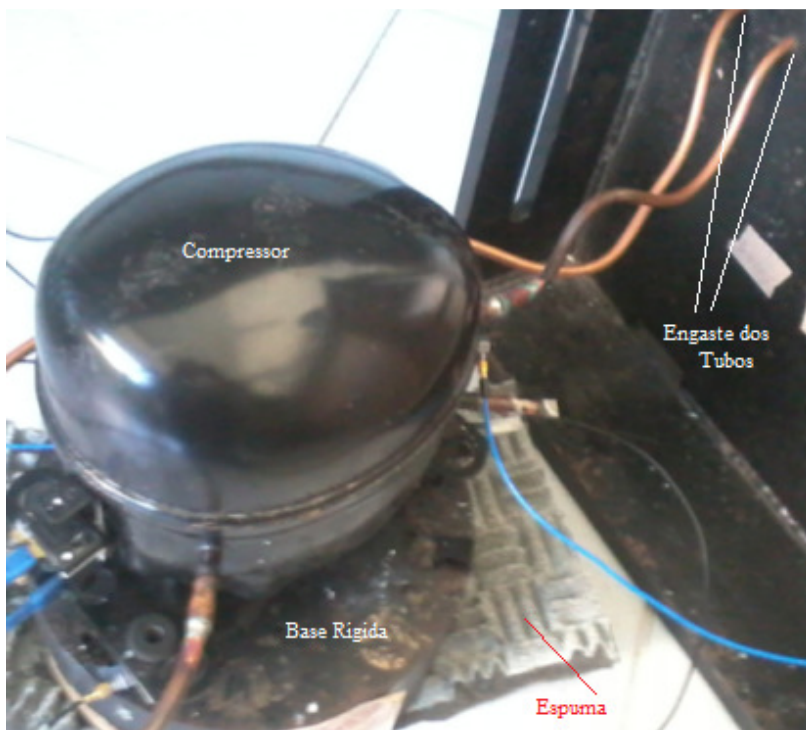


Figura 4.26 – Experimento para validar modelo multicorpos da Seção 4.3.2.

Os tubos de sucção e descarga estão engastados numa base de aço com *SuperBonder*®. Por sua vez, o compressor foi apoiado sobre uma base rígida de 20kg de aço. Para evitar que eventuais frequências de montagem interferissem nos resultados do experimento, a base de aço sobre a qual o compressor encontrava-se apoiado foi colocada sobre espumas que, por sua vez, estavam apoiadas no piso.

Parafusados na base rígida, foram montados transdutores de força uniaxiais (*PCB 208C02*), acima dos quais ainda foram coladas pequenas chapas de 3mm de espessura de aço para que fosse possível acomodar toda a base de cada um dos isoladores. A Figura 4.27 mostra a montagem deste experimento.

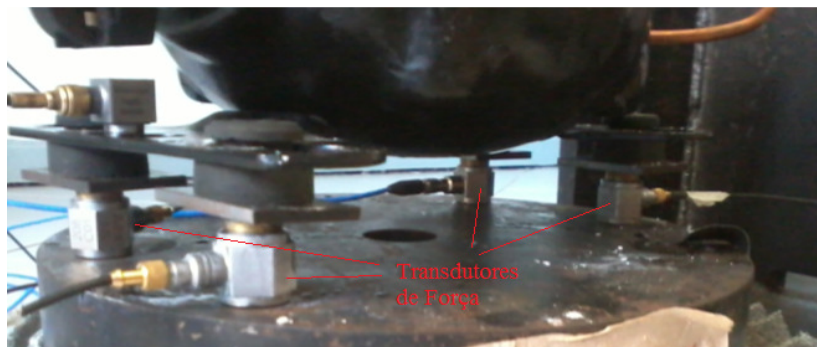


Figura 4.27 – Posicionamento dos transdutores de força uniaxiais.

Os espectros das forças transmitidas à base por cada um dos isoladores estão mostrados na Figura 4.28.

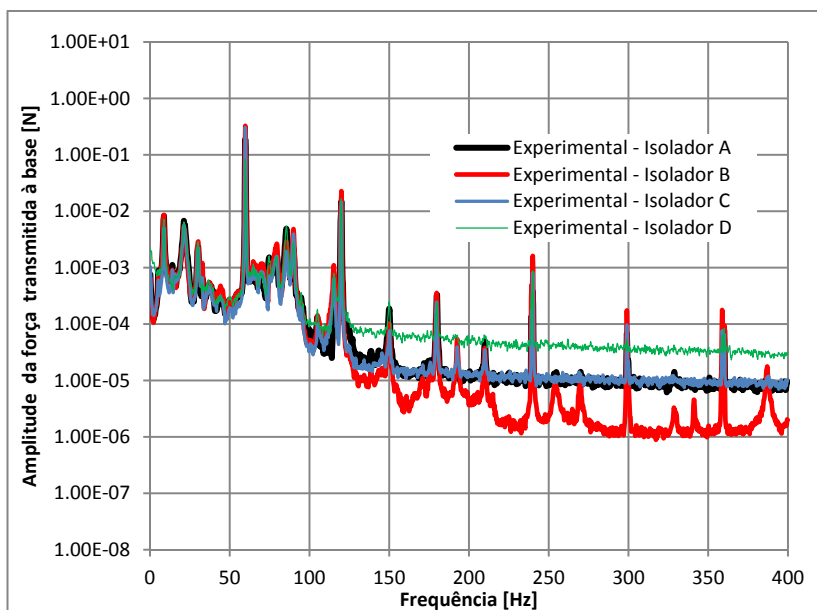


Figura 4.28 – Amplitude do Espectro de Força Transmitida pelos isoladores. Resultado Experimental.

A exemplo dos resultados obtidos no modelo numérico, o experimento mostra também que a amplitude nas harmônicas é de mesma ordem de grandeza para os quatro isoladores. Percebe-se também que o fundo de escala foi prescrito de maneira diferente para

cada um dos sinais dos quatro transdutores de força. Finalmente, percebe-se na Figura 4.28 que a amplitude dos sinais a 60Hz é pelo menos uma ordem de grandeza maior que a amplitude do sinal até 40Hz, o que não se observou nos resultados numéricos apresentados na Figura 4.25.

A Figura 4.29 ilustra a comparação entre os resultados experimentais e os numéricos para o isolador A, na qual fica claro que a amplitude dos sinais numérico e experimental têm a mesma ordem de grandeza até 200Hz, exceto pela faixa até 60Hz, na qual a curva numérica parece pouco amortecida.

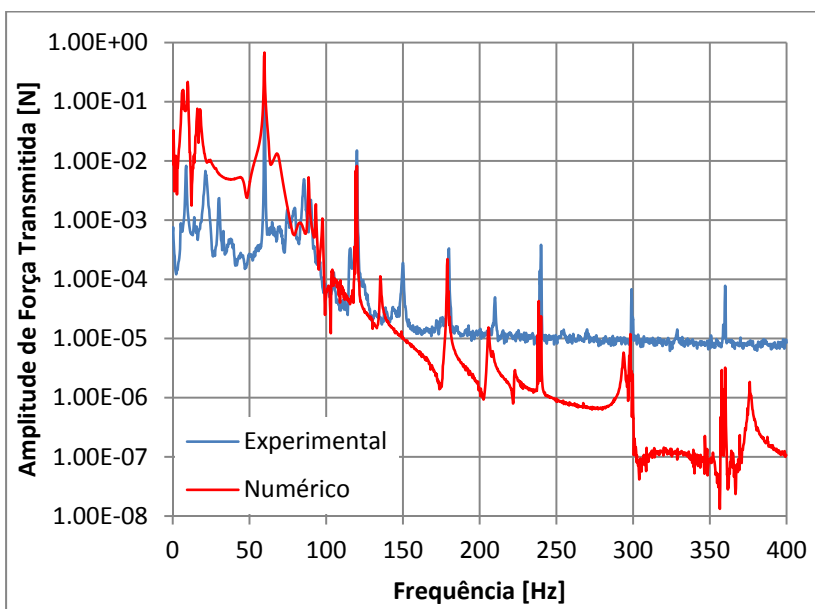


Figura 4.29 – Comparação entre os espectros numérico e experimental de força transmitida pelo isolador A.

Desta forma, pode-se afirmar que o modelo multicorpos apresenta resultados similares aos experimentos entre 20Hz e 200Hz, faixa esta de maior interesse pois compreende a frequência fundamental de operação do compressor e suas primeiras harmônicas, além de ter grande influência no ruído irradiado por um refrigerador, como mostrou a Figura 1.3.

As Figuras 4.30 a 4.33 mostram comparações de 20Hz a 200Hz entre os resultados extraídos dos experimentos e os do modelo multicorpos aqui estudado para os isoladores A, B, C e D.

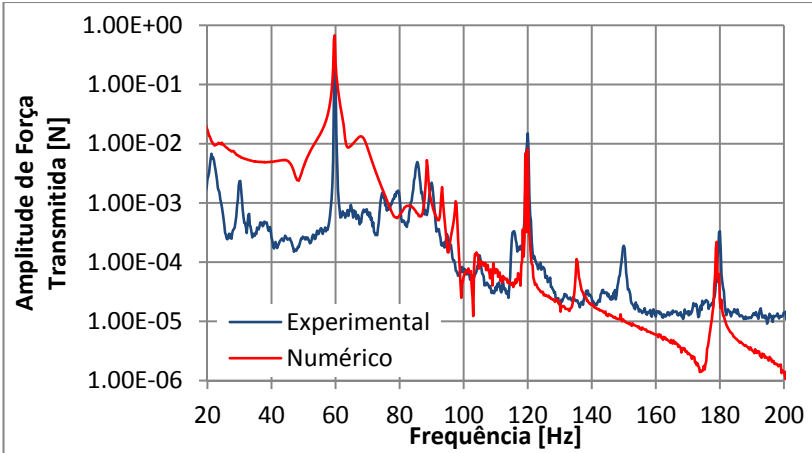


Figura 4.30 – Comparação entre os espectros numérico e experimental de força transmitida pelo isolador A, na faixa de 20 a 200Hz.

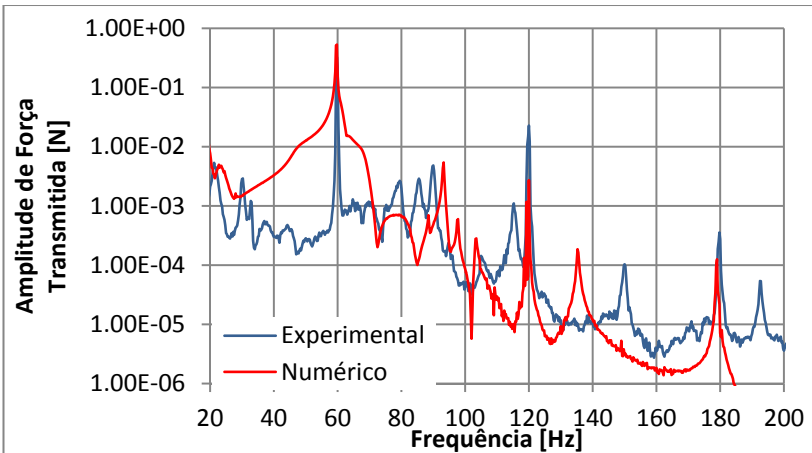


Figura 4.31 – Comparação entre os espectros numérico e experimental de força transmitida pelo isolador B, na faixa de 20 a 200Hz.

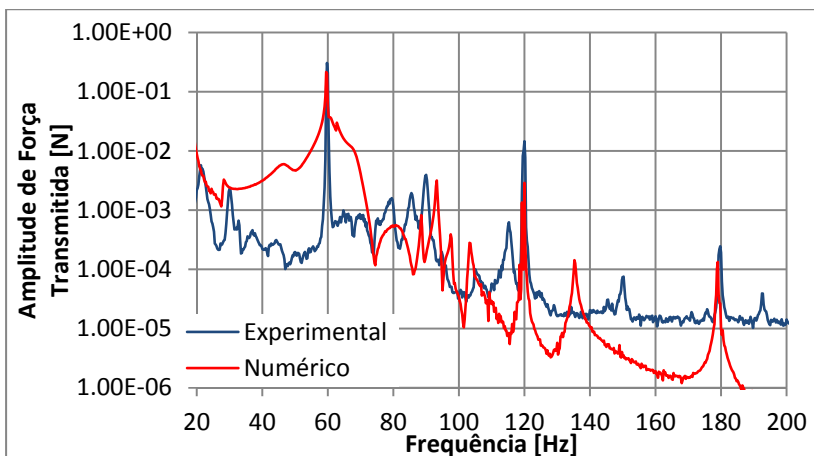


Figura 4.32 – Comparação entre os espectros numérico e experimental de força transmitida pelo isolador C, na faixa de 20 a 200Hz.

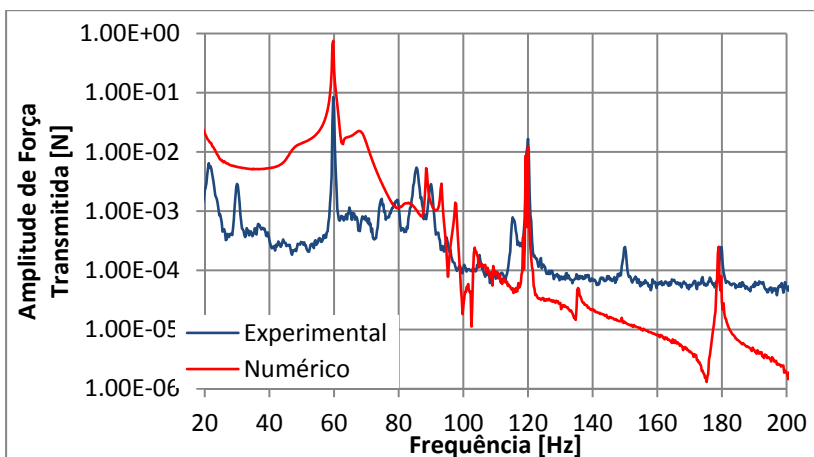


Figura 4.33 – Comparação entre os espectros numérico e experimental de força transmitida pelo isolador D, na faixa de 20 a 200Hz.

Conclui-se que para os quatro isoladores há boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais e que o modelo multicorpos pode ser considerado validado para a faixa de frequência de 20Hz a 200Hz.

## 5 OTIMIZAÇÃO DA GEOMETRIA DO ISOLADOR

Este capítulo apresenta o desenvolvimento de uma geometria otimizada deste isolador, que se faz necessária para que se afastem as frequências naturais de corpo rígido das frequências de funcionamento de um compressor. Para tanto, será considerado o modelo utilizado no Capítulo 4 que, conforme mencionado, tem sua frequência de funcionamento igual a 60Hz e a otimização será baseada em análises modais numéricas.

### 5.1 ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO

Uma das ferramentas largamente utilizadas atualmente em projetos de componentes de engenharia é a aplicação de algoritmos de otimização. Estes algoritmos podem ser os mais diversos, mas sempre com o objetivo de buscar o ótimo em uma ou mais características do componente em questão: custo de fabricação, tensões às quais o componente é solicitado, transmissibilidade estrutural, etc. Dentre os algoritmos de otimização mais utilizados atualmente, destacam-se os algoritmos genéticos.

Os algoritmos genéticos (AG) são técnicas de otimização fundamentadas inicialmente por John Holland. Destacam-se de outros tipos de algoritmos de otimização por utilizarem características encontradas na biologia, como mutação, hereditariedade, seleção natural e *crossing-over*, além de utilizarem técnicas probabilísticas e de apresentarem os resultados como uma população de soluções (não somente uma solução única).

A evolução em AG inicia a partir de uma população inicial, que evolui a cada geração graças à seleção dos melhores genes (ou parâmetros) necessários para uma solução ótima, às mutações e aos *crossing-over*. A população formada a cada geração é utilizada para a formação da população subsequente (GOLDBERG, 1989).

Tem a vantagem em relação a outros métodos (como métodos gradientes) de buscar o ótimo global e não apenas o ótimo local em determinados problemas.



## 5.2 FUNÇÃO OBJETIVO E PARÂMETROS DA OTIMIZAÇÃO

Foi definida como função objetivo da otimização a minimização da 12ª (e última) frequência natural de corpo rígido do compressor, de modo que esta se afastasse o máximo possível de sua frequência de operação. Além disso, esperava-se que a força que o compressor transmitiria para a base rígida fosse reduzida em frequências próximas e superiores a de funcionamento do mesmo.

Considera-se para esta otimização um isolador maciço, fabricado com material 2, com geometria inicial mostrada na Figura 5.1, cujos parâmetros geométricos a serem otimizados são:

- Altura Total Solicitada – variando de 8 a 14mm;
- Altura Central – variando de 3,5 a 10mm;
- Diâmetro Externo – variando de 21 a 30mm;
- Diâmetro Central – variando de 11 a 21mm; e
- Diâmetro Interno – variando de 5 a 11mm.

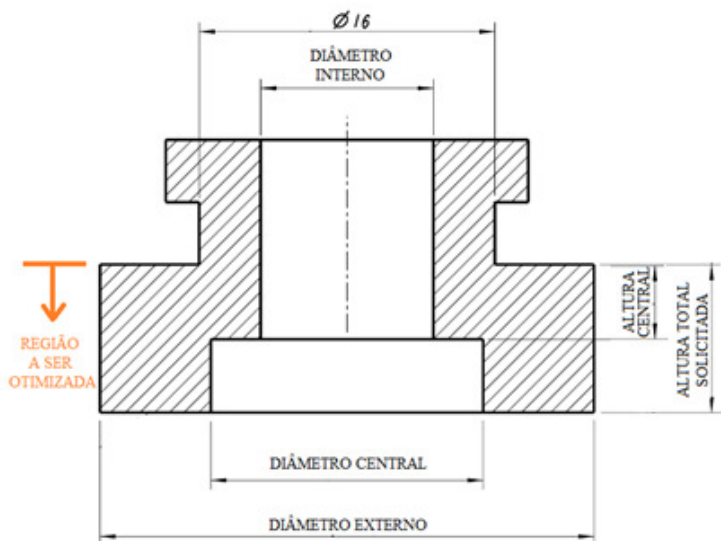


Figura 5.1 – Parâmetros a serem otimizados.

Toda a parte do isolador superior à altura total solicitada não será considerada na otimização, já que serve apenas para garantir que o isolador mantenha-se fixado à placa base do compressor. Considera-se

que toda a carga do compressor, estática e dinâmica, atua sobre o isolador numa área exterior à do diâmetro de 16mm apresentado na Figura 5.1, já que a parte interna serve justamente para que o isolador se encaixe na furação interna da placa base do compressor.

### 5.3 PROGRAMA PARA OTIMIZAÇÃO

Inicialmente, foi desenvolvido um modelo numérico em elementos finitos usando o software *ANSYS Workbench 14.0* similar ao apresentado na Seção 4.2.2. As linhas de comando (escritas em linguagem própria do software, em *APDL*) necessárias para criar o modelo foram, então, exportadas para um arquivo de texto para que fosse possível usar a versão clássica do *ANSYS 14.0*.

Foi utilizada a análise modal simplificada do conjunto compressor e isolador por permitir mais facilmente a parametrização da geometria do isolador. Além disso, este tipo de simulação, mesmo apresentando diferenças em relação à simulação completa (Tabela 4.4) é mais conservativa, já que as frequências naturais de corpo rígido obtidas são maiores que as calculadas pela análise modal completa.

Da mesma maneira, com o intuito de ser conservativo, considerou-se uma análise modal sem amortecimento e com o módulo de elasticidade de 2,5MPa, valor este correspondente ao módulo de elasticidade do material 2 a 25°C e para 60Hz.

Assim, integrou-se a simulação ao software de otimização *ESTECO modeFRONTIER 4.3.0*, o qual, através de um algoritmo genético chamado MOGA-II (POLES, 2006), permitiria que se fizesse a otimização da geometria do isolador de vibração. As características definidas para a otimização estão apresentadas na Figura 5.2 e significam, segundo MITCHELL (1996):

- número de gerações (20): número de vezes em que são criadas novas gerações. Corresponde ao número de iterações do processo de otimização;
- probabilidade de *cross-over* direcional (50%): probabilidade de ocorrer este tipo de operador de um algoritmo genético (AG), que é um método de recombinação aleatória no qual os pais (indivíduos de uma geração anterior) produzem descendentes trocando informação entre eles, sempre objetivando obter indivíduos (no caso, isoladores) com melhores características. Exemplo: as sequências de números 10000100 e 11111111

poderiam sofrer o cross-over após o 3º número produzindo dois descendentes, 10011111 e 11100100;

- probabilidade de seleção (5%): probabilidade de que as configurações de isoladores não sejam modificadas durante a evolução;
- probabilidade de mutação (10%): probabilidade de uma configuração de isolador ser aleatoriamente modificada. Por exemplo, a sequência de números 00000100 pode sofrer mutação na sua segunda posição, criando a sequência de números 01000100.

Parameters		
Number of Generations	[1,5000]	20
Probability of Directional Cross-...	[0.0,1.0]	0.5
Probability of Selection	[0.0,1.0]	0.05
Probability of Mutation	[0.0,1.0]	0.1

Figura 5.2 – Parâmetros do GA.

Considerando as probabilidades dos operadores citadas, tem-se que a probabilidade de *cross-over* convencional é de 35%, já que o somatório da probabilidade dos quatro operadores deve ser de 100% (ESTECO, 2008).

Além dos parâmetros do isolador a serem otimizados, das características da otimização, da função objetivo (minimização da 12ª frequência natural de corpo rígido do compressor e isolador), foram definidas também algumas restrições na rotina do *ANSYS 14.0* para a geração da geometria do isolador:

- 1) o diâmetro central poderia ser no mínimo igual ao diâmetro interno do isolador;
- 2) a altura total solicitada deveria ser no mínimo 2,5mm maior que a altura central;
- 3) o diâmetro externo deveria ser no mínimo 5mm maior que o diâmetro central, garantindo que a placa base pudesse ser apoiada sobre alguma superfície do isolador.

Foi definida ainda como restrição adicional que a deformação devido à carga estática do compressor deveria garantir que o fundo do compressor ficasse pelo menos 0,5mm acima da base dos isoladores.

Assim, para cada geração, foi definido um conjunto de vinte indivíduos, sendo que para a primeira geração a característica dos

indivíduos foi definida aleatoriamente, dentro do domínio descrito no início deste capítulo. A Figura 5.3 mostra o *layout* da rotina de otimização implementada no software comercial *modeFRONTIER* 4.3.0.

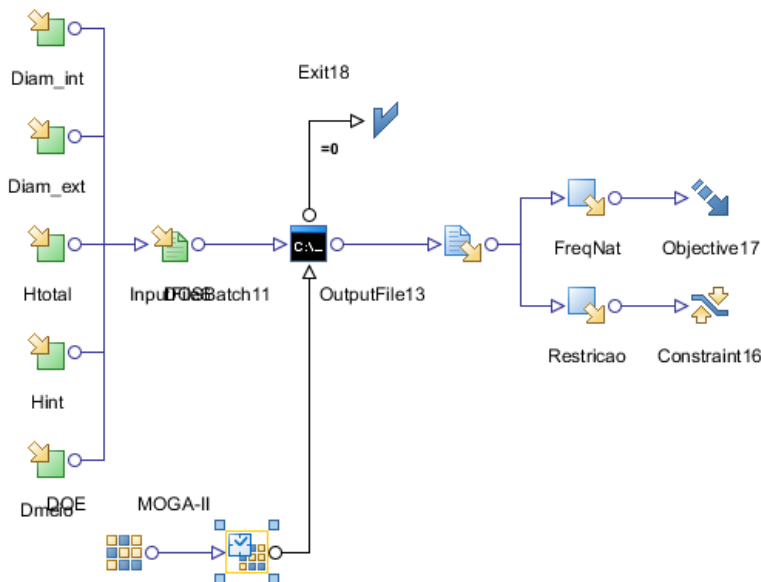


Figura 5.3 – *Layout* do programa feito no *modeFRONTIER* para a otimização de isoladores.

## 5.4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Ao longo da simulação das vinte gerações de indivíduos, foi possível acompanhar a alteração do valor da 12ª frequência natural de corpo rígido do conjunto compressor e isolador. Percebe-se, pela Figura 5.4, que o algoritmo de otimização fez com que o valor desta frequência natural fosse reduzido de 40Hz nas primeiras gerações para valores próximos a 28Hz nas últimas gerações.

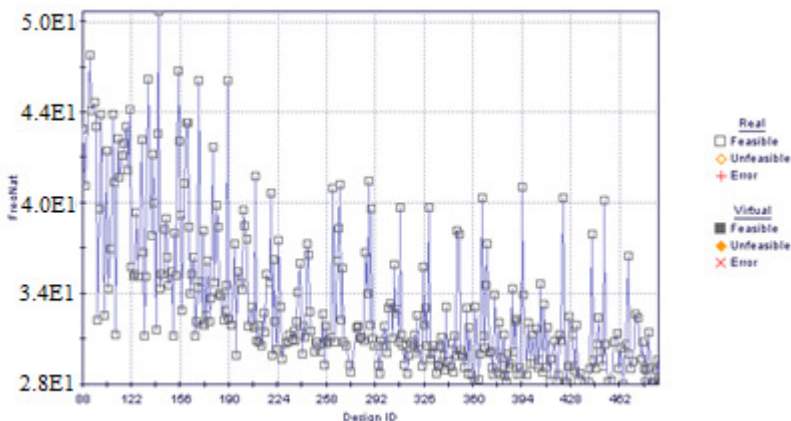


Figura 5.4 – Valor da 12ª frequência natural de corpo rígido.

A Figura 5.5 ilustra a utilização da ferramenta de pós-processamento *Parallel Coordinates*. Cada um dos cinco primeiros eixos verticais apresenta a faixa de valores em mm que poderiam ter os parâmetros a serem otimizados, enquanto a sexta e a sétima coluna mostram, respectivamente, o valor da 12ª frequência natural de corpo rígido (em Hz) e o valor da restrição (em mm). Além disso, na análise da Figura 5.5 só estão levados em conta os valores contidos entre as duas flechas verdes de cada coluna. Por fim, as diferentes curvas que passam pelas sete colunas são as diferentes soluções para o domínio considerado.

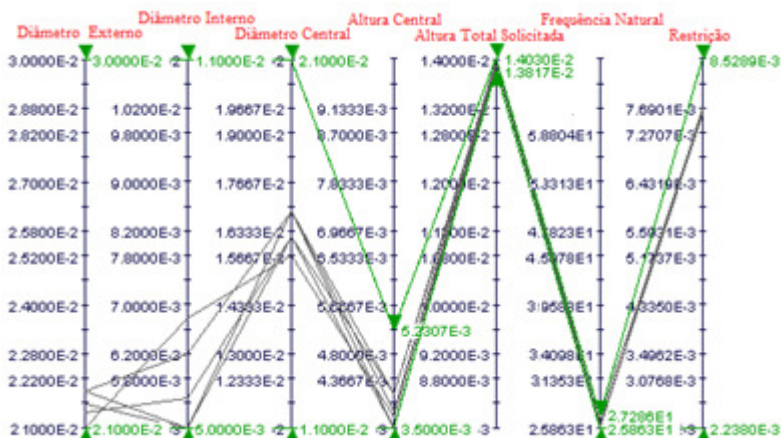


Figura 5.5 – Ferramenta *Parallel Coordinates*.

Assim, percebe-se que as melhores soluções apresentam a 12ª frequência natural de corpo rígido em torno de 28Hz. Além disso:

- Diâmetro Externo, Diâmetro Interno e Altura Central tendem aos valores mínimos do domínio (21mm, 5mm e 3,5mm, respectivamente);
- Diâmetro Central se aproxima de 16mm, valor máximo permitido para um valor de Diâmetro Externo de 21mm;
- Altura Total solicitada tende a 14mm, o máximo do domínio;

A partir dos resultados apresentados, foi realizada uma Análise Modal Completa (Seção 4.2.1) para simular um sistema composto pelo compressor apresentado na Figura 4.11 e por um conjunto de quatro isoladores otimizados. As características geométricas do isolador 2 (referência) e do isolador otimizado são apresentadas na Tabela 5.1, enquanto um desenho comparativo dos isoladores referência e otimizado estão na Figura 5.6.

Tabela 5.1 – Diferenças geométricas entre o isolador 2 e o isolador otimizado.

Parâmetro Geométrico	Isolador 2	Isolador Otimizado
Altura Total Solicitada [mm]	8	14
Altura Central [mm]	4	3,5
Diâmetro Externo [mm]	29	21
Diâmetro Central [mm]	17	16
Diâmetro Interno [mm]	10	5

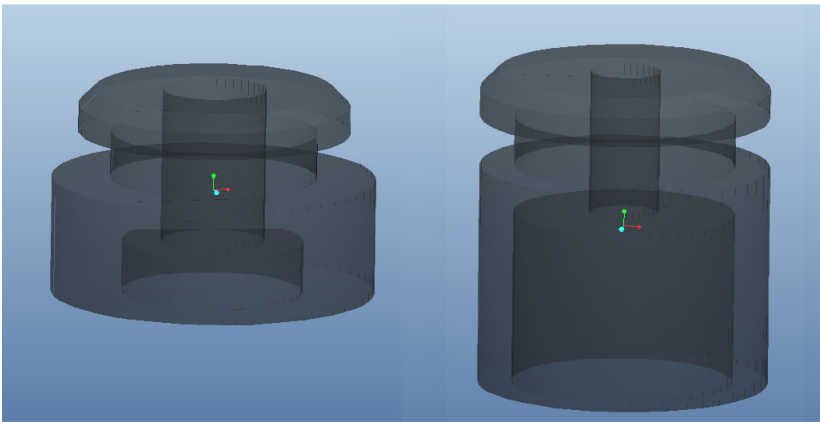


Figura 5.6 – Isolador 2 (esquerda) e o isolador otimizado (direita).

A Tabela 5.2 mostra uma comparação entre as frequências naturais de corpo rígido obtidas com o isolador 2 e as obtidas com o isolador otimizado. Ambos os isoladores são constituídos do material 2.

Tabela 5.2 – Frequências naturais de corpo rígido – análise modal numérica.

<b>Tipo de Modo</b>	<b>Isolador 2 [Hz]</b>	<b>Isolador Otimizado [Hz]</b>	<b>Diferença (%)</b>
<b>Translação Longitudinal Kit</b>	3,72	2,89	-22,2
<b>Translação Transversal Kit</b>	3,46	2,40	-30,5
<b>Translação Superior Kit</b>	5,78	5,25	-9,2
<b>Rotação Longitudinal Kit</b>	9,56	9,80	2,5
<b>Rotação Transversal Kit</b>	9,36	6,93	-26,0
<b>Rotação Superior Kit</b>	8,64	6,04	-30,1
<b>Translação Longitudinal Carcaça</b>	18,28	14,30	-21,8
<b>Translação Transversal Carcaça</b>	12,90	7,37	-42,9
<b>Translação Superior Carcaça</b>	33,16	21,82	-34,2
<b>Rotação Longitudinal Carcaça</b>	30,24	20,68	-31,6
<b>Rotação Transversal Carcaça</b>	42,26	26,03	-38,4
<b>Rotação Superior Carcaça</b>	23,61	15,98	-32,3

Percebe-se claramente que para as frequências naturais de corpo rígido relativas à carcaça mais altas, o isolador otimizado fez com que fosse reduzido em mais de 30% o valor da frequência natural. Por sua vez, as frequências naturais de corpo rígido relativas ao kit permaneceram com valor sempre abaixo de 10Hz com o isolador otimizado.

Utilizando o modelo da análise harmônica numérica apresentada na Seção 4.3.2, foi possível fazer comparações dos espectros de amplitude de força transmitida para a base entre o isolador 2 e o isolador otimizado, apresentadas nas Figuras 5.7 e 5.8. As

comparações são feitas para isoladores A e D, respectivamente, conforme esquema mostrado na Figura 4.24.

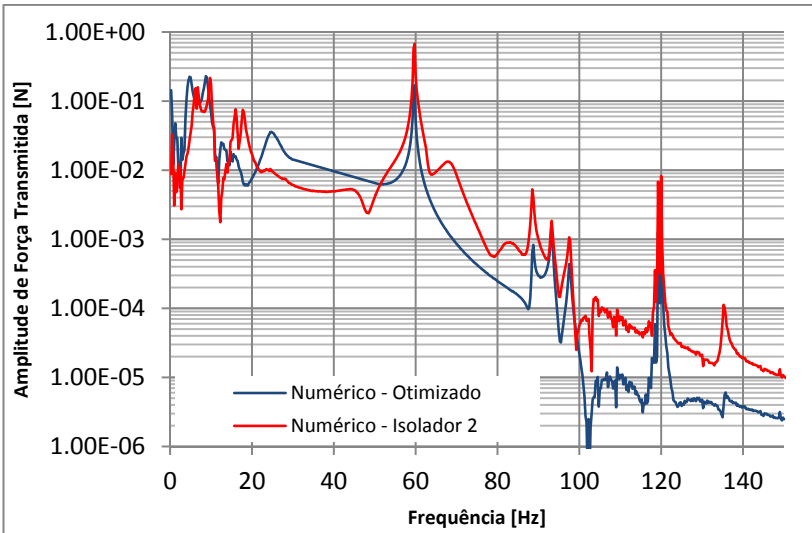


Figura 5.7 – Comparação da transmitida pelo isolador A entre isoladores referência e otimizado.

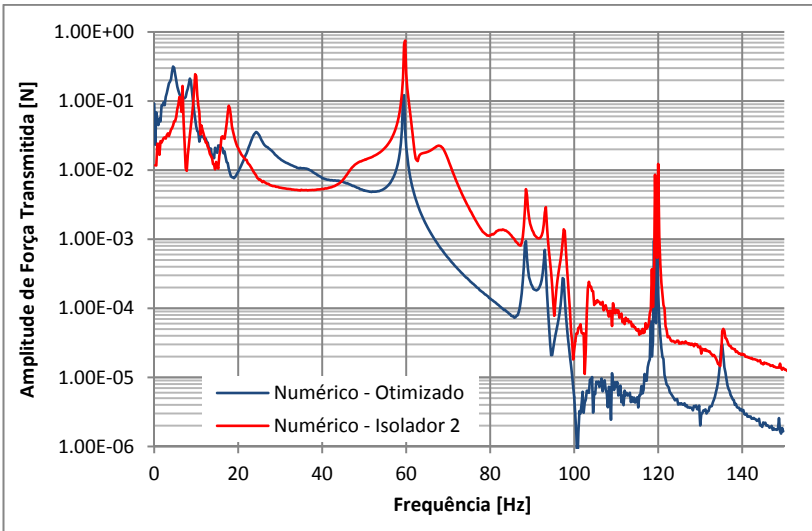


Figura 5.8 – Comparação da transmitida pelo isolador D entre isoladores referência e otimizado.



Percebe-se que o isolador otimizado faz com que a força transmitida para a base seja cerca de 30% menor que a força transmitida pelo isolador referência a partir de aproximadamente 50Hz, próximo do valor da última frequência natural de corpo rígido do sistema montado com o isolador 2.

Assim sendo, conclui-se que a otimização é uma ferramenta bastante útil para o projeto de isoladores de vibração, quando se objetiva melhorias de ruído em aplicação.



## 6 CONCLUSÕES

Uma primeira conclusão deste trabalho refere-se aos métodos tradicionais de obtenção das propriedades dos materiais, tais como o da viga de Oberst e o da viga sanduíche, os quais não são indicados para caracterizar materiais típicos de isoladores de vibração de sistemas de refrigeração. Para tanto, foi necessária a utilização de um sistema composto por blocos de aço colados sobre um batoque cilíndrico do material a ser caracterizado. Este sistema, similar a um sistema de um grau de liberdade típico, era excitado pela base do batoque de borracha por um *shaker* e sua curva de resposta era obtida por um acelerômetro fixado sobre o bloco de aço, sendo que a partir de sua curva de resposta em frequência obteve-se o fator de perda do material e a frequência natural do conjunto. A partir da frequência natural experimental, calculou-se numericamente o módulo de elasticidade do material em estudo e percebeu-se que o material 2 é mais interessante que o material 1 para construção de isoladores de vibração, pois apresenta maior fator de perda e menor módulo de elasticidade.

Verificou-se também neste capítulo que o módulo de elasticidade para frequências próximas de zero não deveria ser determinado a partir dos nomogramas de frequência reduzida, mas de experimentos que possibilitassem o cálculo da rigidez estática dos batoques de borracha.

Já o capítulo dedicado ao modelo em elementos finitos dos isoladores de vibração permitiu igualmente importantes conclusões. A primeira delas é que o modelo FEM estático do isolador ajustou-se bem ao experimento de validação, em especial para o isolador 2, constituído de material 2.

Por sua vez, quando da construção dos modelos FEM dinâmicos, foi evidenciada uma forte dependência dos resultados em relação à condição de contorno imposta na superfície inferior do isolador. Uma análise, através de uma câmera de alta velocidade, de um sistema composto por bloco de aço e isoladores apoiados sobre uma base rígida, mostrou que os isoladores descolam sua superfície inferior da base quando o sistema é excitado em uma de suas ressonâncias de corpo rígido. Concluiu-se deste experimento que, em um modelo FEM que considerasse o isolador apenas apoiado sobre a base, não se poderia engastar todos os nós da superfície inferior do isolador, mas apenas restringir a translação dos nós que formavam um anel do centro da superfície da base do isolador.

Além disso, foi verificado através das análises modais numéricas que as seis frequências naturais de corpo rígido do conjunto composto por bloco de aço e isoladores se aproximavam bastante das frequências obtidas experimentalmente, independentemente da condição imposta na base do isolador. As condições de contorno, por sua vez, alteram em 20% o valor da frequência natural de corpo rígido, sendo elas mais altas quando os isoladores estavam colados à base.

O modelo FEM do bloco de aço montado sobre isoladores foi também avaliado em análises harmônicas, nas quais ficou novamente claro que o modelo estava bem ajustado ao experimento, apesar de algumas diferenças causadas pelas incertezas em termos de dureza do material do isolador e das diferenças observadas entre o fator de perda obtido dos nomogramas de frequência reduzida e os medidos nos experimentos.

A aproximação das frequências naturais de corpo rígido obtidas numericamente e as obtidas experimentalmente por impactação permitiu a validação do modelo de compressor montado sobre isolador, bem como do nomograma de frequência reduzida do material 2 no tocante ao módulo de elasticidade.

Por sua vez, perceberam-se algumas diferenças entre curvas de força transmitida para a base numérica e experimental, principalmente devido a algumas divergências entre os fatores de perda reais e os utilizados nos modelos FEM numéricos. No entanto, pode-se afirmar que apesar das divergências, na região de 20Hz a 200Hz a curva de força transmitida calculada numericamente ficou muito similar à obtida por experimento, o que é de grande relevância, pois é nesta faixa de frequências que a amplitude da força transmitida é normalmente maior.

A otimização do isolador mostrou que ferramentas como algoritmos genéticos são muito úteis para problemas de engenharia, em particular no projeto de isoladores de vibração, objetivando a redução de ruído em aplicação. Neste capítulo, verificou-se por simulação a possibilidade de se reduzir em 30% a força transmitida pelo compressor para a base de um refrigerador, apenas substituindo-se isoladores típicos por otimizados: estes se mostraram mais esbeltos, ou seja, mais altos, com menor diâmetro e com as menores espessuras de material possíveis.

Assim sendo, para trabalhos futuros, sugere-se que se avalie o conjunto compressor e isolador montados de outras maneiras sobre uma base rígida ou mesmo sobre uma placa base típica de sistema de refrigeração. Sabe-se de antemão que uma quantidade razoável de fabricantes de refrigeradores utiliza inclusive buchas internas ao isolador

junto com parafusos e arruelas para proporcionar a fixação do isolador à placa base do sistema de refrigeração.

Trabalhos futuros poderiam igualmente abordar o efeito do fluido refrigerante e das pressões nas linhas de sucção e descarga na dinâmica do compressor quando o mesmo é montado num gabinete típico de um sistema de refrigeração. Isto mostraria as limitações do modelo aqui apresentado (que considerou o ar como o fluido presente no compressor quando o mesmo funcionava e desconsiderou os efeitos de pressão), proporcionando a concepção de modelos numéricos mais próximos à realidade.



## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Clara Muniz da Silva de. **Caracterização de defeitos mecânicos produzidos por nanoindentação no InP**. 2009. 132 f.. Tese (Doutorado em Física) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009.

AMERICAN NATIONAL STANDARDS INSTITUTE. **ANSI S2.24-2001**: Graphical Presentation of the Complex Modulus of Viscoelastic Materials. Melville, New York, Estados Unidos, 2001. 6 p.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS INTERNATIONAL. **ASTM E 756 – 05**: Standard Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials. West Conshohocken, PA, Estados Unidos, 2005. 14 p.

ANSYS®. **Ansys User's Manual, Release 14.0**. Canonsburg, PA: [s. n.], 2011.

BARBOSA, Marcos P. **Princípios de Bioengenharia**. 2007. Notas de aula.

BRÜEL & KJAER. **Experimental Modal Analysis**. 2003. Manual de treinamento.

CAETANO, Mário J. L.. **A Borracha em Solicitações Estáticas de Tracção, Compressão, Corte e Torção**. Disponível em <[http://www.ctb.com.pt/?page\\_id=1096](http://www.ctb.com.pt/?page_id=1096)>. Acesso em: 20 setembro 2011.

CORDIOLI, Julio A. **Métodos Numéricos em Vibrações e Acústica**. Junho a setembro de 2010. Notas de aula.

DE SILVA, Clarence W. **Vibration and Shock Handbook**. Boca Raton, Florida: Taylor & Francis Group, 2005.

ESTUPINAN, Edgar A.; SANTOS, Ilmar F.. **Modelling hermetic compressors using different constraint equations to accomodate multibody dynamic and hydrodynamic lubration**. Em: Revista da Sociedade Brasileira de Ciências e Engenharia Mecânica. [S.I.]: 2009.

ESTECO SRL. **modeFRONTIER v4.0 User manual**. Trieste: Esteco, 2008.

EUROPEAN FOOD SERVICE. **Motion Transmission**. Disponível em <http://www.efsepedia.com/efsepedia.com/Basics/Simplemechanicaengineeringbasics/Motiontransmission/tabid/379/Default.aspx>. Acesso em: 15 julho 2011.

FERRAZ, Fábio. **Apostila de Refrigeração**. Santo Amaro – BA: IFSC Bahia, Campus Santo Amaro, 2009.

GENT, A. N.. **Engineering with Rubber: How to design Rubber Components**. Munich, Cincinnati: Hanser Publications, 2001.

GENT, A.N.. **On the relation between indentation hardness and Young's modulus**. Institution of Rubber Industry -- Transactions, v. 34, pp. 46–57 , 1958.

GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning**. EUA: Addison-Wesley, 1989.

HARRIS, Cyril M.; CREDE, Charles E.. **Shock and Vibration Handbook**. New York: McGraw-Hill, 1976.

HARRIS, Cyril M.; PIERSOL, Allan G.. **Harris' Shock and Vibration Handbook**. New York: McGraw-Hill, 2002.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 10112:1991**: Damping Materials – Graphical Presentation of the Complex Modulus. Genebra, Suíça, 1991. 9 p.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 18437-2:2005**: Mechanical vibration and shock — Characterization of the dynamic mechanical properties of visco-elastic materials — Part 2: Resonance method. Genebra, Suíça, 2005. 15 p.

ISTVAN, L.; BERANEK, L. **Noise and Vibration Control Engineering - Principles and applications**. [S.I.]: John Wiley & Sons, 2006.



JONES, David I. G. **Handbook of Viscoelastic Vibration Damping**. Chichester: John Wiley & Sons, 2001.

JORDAN, Roberto. **Fundamentos de Vibrações**. Março a junho de 2011. Notas de aula.

MEDEIROS JÚNIOR, Wagner Barbosa de. **Caracterização Dinâmica Integrada de Elastômeros via Derivadas Fracionárias e Método GHM**. 2010. 173 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2010.

MELO, Claudio. **Refrigeração e Condicionamento de ar**. Março a julho de 2008. Notas de aula.

MITCHELL, Melanie. **An Introduction to Genetic Algorithms**. Cambridge, London: MIT Press, 1999.

OLIVEIRA, A. **Adição de Amortecimento Estrutural usando Materiais Viscoelásticos**. 2006. 160 p.. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

POLES, S.. **MOGA-II An improved Multi-Objective Genetic Algorithm**. Trieste: Esteco, 2003. Relatório Técnico 2003-006.

PORTO, Leandro L. R.. **Simulação Numérica dos Esforços Dinâmicos de Baixas Frequências Transmitidos por Compressores Recíprocos**. 2010. 158 p.. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.

SOUSA, W.S. **Análise numérico-experimental de espaçadores amortecedores quádruplos de linhas de transmissão**. 2008. 176 p.. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2008.

SPRINGER REFERENCE. **WLF Equation**. Disponível em: <<http://www.springerreference.com/docs/html/chapterdbid/218972.html>>. Acesso em: 16 novembro 2012.

VERHEIJ, J. **Multi-path Sound Transfer From Resiliently**

**Mounted Shipboard Machinery.** PHD Dissertation, Institute of Applied Physics TNO-TH. Holanda. 1986.

WIKIPEDIA. **Compressor.** Disponível em  
<<http://pt.wikipedia.org/wiki/Compressor>>. Acesso em: 20 out. 2012.

WIKIPEDIA. **Méthode d'Oberst.** Disponível em  
<[http://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thode\\_d%27Oberst](http://fr.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9thode_d%27Oberst)>. Acesso em: 17 out. 2011.

## APÊNDICE A – DESCRIÇÃO DOS TIPOS DE ELEMENTOS UTILIZADOS NAS SIMULAÇÕES

As simulações numéricas apresentadas neste trabalho foram realizadas nos *softwares* comerciais *ANSYS 11.0*, *ANSYS 14.0* e *ANSYS Workbench 14.0*. Conforme descrito ao longo dos capítulos, alguns tipos de elementos disponibilizados por estes *softwares* foram utilizados: *MASS21*, *SOLID185*, *SOLID186* e *SOLID187*.

A seguir, é feita uma breve descrição de cada um destes elementos, segundo o *Ansys User's Manual*.

### A.1 ELEMENTO *MASS21*

O elemento *MASS21* é um elemento pontual, podendo ter até seis graus de liberdade: translações e rotações nos eixos *X*, *Y* e *Z*. Além disso, apresenta apenas um nó, sendo que diferentes massas e inércias rotacionais podem ser associadas a cada grau de liberdade.

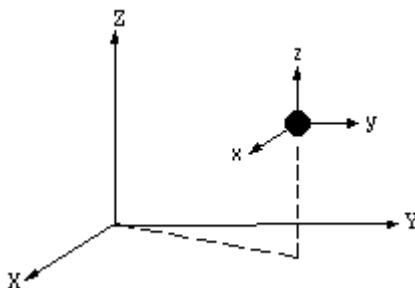


Figura A.1– Elemento *MASS21*.

Neste trabalho, o elemento *MASS21* foi utilizado para modelar corpos rígidos (tais como componentes do kit ou a carcaça do compressor hermético), sendo sempre associados ao elemento a mesma massa e a mesma inércia rotacional para as três direções.

### A.2 ELEMENTO *SOLID185*

O elemento *SOLID185* é usado para modelamento 3D de estruturas sólidas. É definido por oito nós, tendo três graus de liberdade cada um: translações nas direções *X*, *Y* e *Z*.

O elemento *SOLID185* pode ser utilizado em problemas que envolvam teorias da plasticidade e/ou grandes deformações, admitindo inclusive propriedades ortotropicas, sendo que no presente trabalho teve aplicação nos problemas de determinação das propriedades estáticas e dinâmicas dos Materiais 1, 2 e 3, ao longo do Capítulo 2.

A geometria e a localização dos nós para este elemento são mostrados na Figura A.2.

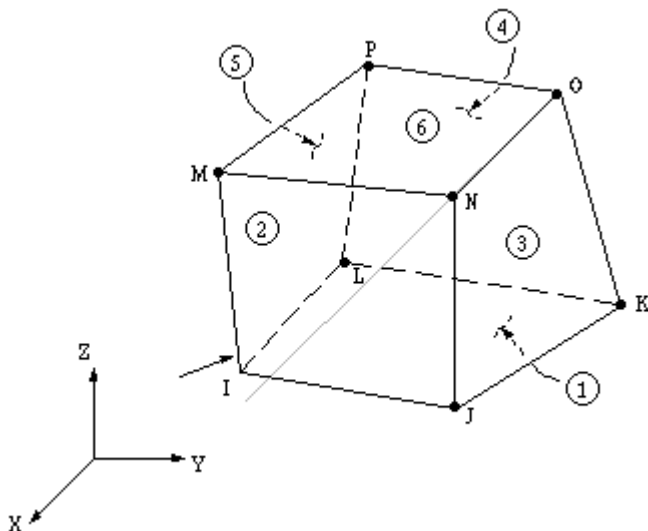


Figura A.2 – Elemento *SOLID185*.

Pressões podem ser definidas como dados de entrada como carregamentos de superfície nas faces do elemento destacadas com números circulados na Figura A.2. Com relação aos dados de saída, sabe-se que ao se utilizar do *SOLID185* haverá solução não linear apenas se o material prescrito no problema for não linear.

Para a utilização deste elemento devem se ter alguns cuidados. O primeiro deles, é que elementos de volume nulo não são permitidos. Caso os nós que formam o elemento sejam numerados incorretamente, também não será possível modelar um problema com *SOLID185*. Finalmente, todos os elementos precisam ter oito nós, inclusive podendo formar elementos prismáticos (duplicando os nós K e L e O e P) ou até tetraédricos.

### A.3 ELEMENTO *SOLID186*

O elemento *SOLID186* é um elemento 3D de alta ordem, possuindo 20 nós. Além disso, tem um comportamento quadrático do ponto de vista de deslocamentos e é indicado para modelar geometrias irregulares, tais como as geralmente encontradas nos componentes de engenharia.

Cada nó do elemento *SOLID186* apresenta três graus de liberdade, definidos como translações nas direções  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ . Com isto, é utilizado em problemas que envolvam teorias como as da plasticidade, hiperelasticidade ou grandes deformações, sendo que neste trabalho foi utilizado na modelagem dos isoladores de vibração submetidos à ação da gravidade e a excitações cíclicas.

A Figura A.3 apresenta a geometria, a localização dos nós e o sistema de coordenadas do elemento *SOLID186*, que mostra que este elemento, apesar de ser usualmente hexaédrico, pode também assumir as formas tetraédrica, piramidal ou prismática.

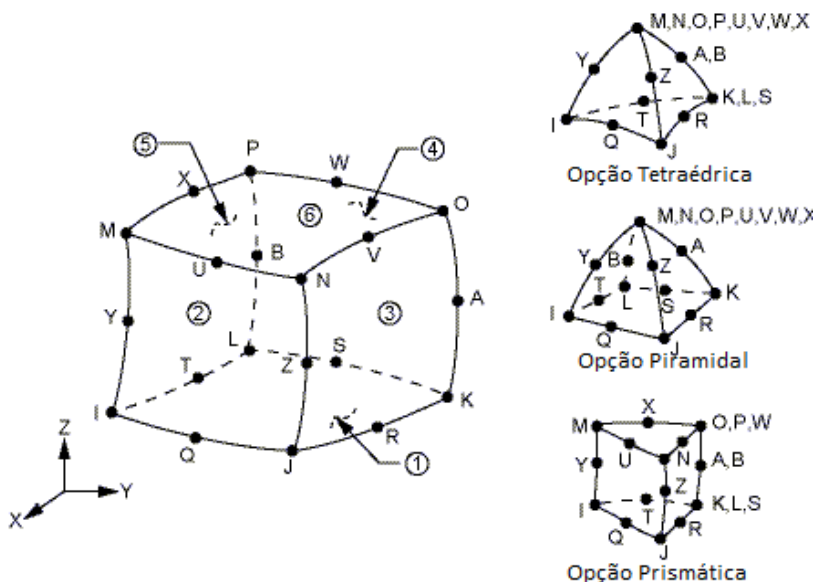


Figura A.3 – Elemento *SOLID186*

O elemento *SOLID186* está disponível de duas formas:

- elemento estrutural sólido, indicado para modelagem de estruturas de geometria irregular (como a geometria de alguns isoladores e utilizado neste trabalho);
- elemento sólido em camadas, não utilizado neste trabalho.

Os dados de entrada para utilização do elemento incluem a possibilidade de se trabalhar com propriedades do material anisotrópicas, bem como pressões que podem ser definidas como carregamentos de superfície nas faces numeradas com os números circulados da Figura A.3. Além disso, entre as propriedades que podem ser definidas para este elemento estão: densidade, módulo de elasticidade (nas três direções), coeficiente de Poisson, fator de amortecimento e temperaturas para cada nó.

Os dados de saída para o *SOLID186* podem ser de duas formas:

- dados relacionados aos nós, tais como deslocamentos;
- dados relacionados ao elemento.

A exemplo do que já foi visto para outros elementos, soluções não lineares só são possíveis se as propriedades do material também o forem e o elemento só pode ser utilizado se possuir um volume maior do que zero.

#### A.4 ELEMENTO *SOLID187*

O elemento *SOLID187* é um elemento 3D de alta ordem, possuindo 10 nós. Além disso, tem um comportamento quadrático do ponto de vista de deslocamentos e é indicado para modelar geometrias irregulares, tais como as geralmente encontradas nos componentes de engenharia.

Cada nó do elemento *SOLID187* apresenta três graus de liberdade, definidos como translações nas direções *X*, *Y* e *Z*. Com isto, é utilizado em problemas que envolvam teorias como as da plasticidade, hiperelasticidade ou grandes deformações, sendo que neste trabalho foi utilizado na modelagem de componentes flexíveis do compressor, tais como molas de suspensão e tubo de descarga, submetidos à ação da gravidade e a excitações cíclicas.

A Figura A.4 apresenta a geometria, a localização dos nós e o sistema de coordenadas do elemento *SOLID187*.

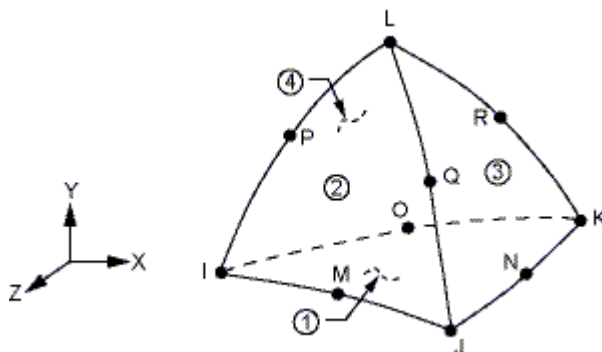


Figura A.4 – Elemento *SOLID187*.

Os dados de entrada para utilização do elemento incluem a possibilidade de se trabalhar com propriedades do material ortotrópicas ou anisotrópicas, bem como pressões que podem ser definidas como carregamentos de superfície nas faces numeradas com os números circunferenciais da Figura A.4. Além disso, entre as propriedades que podem ser definidas para este elemento estão: densidade, módulo de elasticidade (nas três direções), fator de amortecimento e temperaturas para cada nó.

Um estado inicial de tensão também pode ser definido para este elemento.

Os dados de saída para o *SOLID187* podem ser de duas formas:

- propriedades relacionadas aos nós, tais como deslocamentos;
- dados relacionados ao elemento.

A exemplo do que já foi visto para outros elementos, soluções não lineares só são possíveis se as propriedades do material também o forem e o elemento só pode ser utilizado se possuir um volume maior do que zero.